

*Alenka Lipovec*

## **Vpliv matematične interesne dejavnosti na matematične dosežke mlajših učencev**

Izvirni znanstveni članek

UDK: 37.091.3:51

### **POVZETEK**

V prispevku predstavimo program, imenovan Didaktični petkotnik, ki vključuje učence, starše, razredne učitelje, študente in didaktike v primarnem izobraževanju. Oblika dela je najbližja delu pri interesnih dejavnostih. Empirični podatki podajajo primerjavo matematičnih dosežkov učencev, vključenih v ta program, z dosežki matematično obetavnih učencev, ki so sodelovali v raziskavi TIMSS 2003. Eksperimentalna skupina je preseгла dosežke kontrolne skupine, statistično pomembne razlike v korist eksperimentalne skupine najdemo na mejniku srednje ravni znanja in na kognitivnem področju reševanja problemov. Rezultate lahko pripišemo aktivnostim programa. Sodelovanje institucije za izobraževanje učiteljev s šolami je, kot kaže, omililo pomanjkanje izkušenj študentov in pripomoglo k dvigu matematičnega znanja mlajših učencev.

**Ključne besede:** pouk matematike, obetavni učenci, TIMSS dosežki, izobraževanje učiteljev, sprememba učiteljev

## **Influence of Math Club Activities on Primary Students' Mathematics Achievement**

Original scientific article

UDK: 37.091.3:51

### **ABSTRACT**

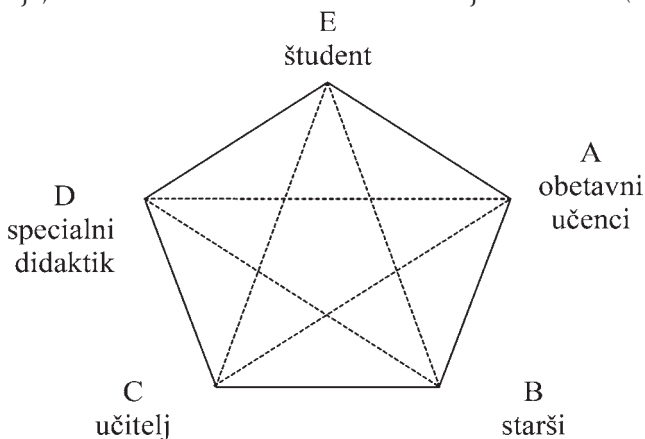
An intervention program called Didactic pentagon is described. Participants are teachers, students, parents, pre-service teachers and teacher educators. The programme is shaped as a math club activity. Empirical results focus on comparing mathematics achievements of students included in the programme and mathematically promising students taking part in TIMSS 2003. Experimental group has surpassed control group in overall results. Statistically significant differences in favour of experimental group can be found at intermediate international benchmark of mathematics achievements and at problem solving cognitive domain. The results can be assigned to pentagon activities guided by pre-service teachers. Cooperation between university and schools has evidently overcome the lack of pre-service teachers' experience and helped in raising mathematical knowledge of school youth.

**Key words:** mathematics education, promising students, TIMSS achievements, teacher education, teacher change

## Uvod

Znanih je več intervencijskih programov, ki poskušajo vplivati na odnos učiteljev do matematike ter posledično na koncept poučevanja. Seznanjanje z različnimi načini matematičnega razmišljanja učencev in zviševanje učiteljeve občutljivosti zanje je zato pomemben cilj učiteljevega profesionalnega razvoja. Ameriški raziskovalci (Carpenter et al. 1999) so z metodo, imenovano kognitivno vodeno učenje (angl. *Cognitively Guided Instruction*), ki temelji na učiteljevem temeljitem poznavanju različnih struktur operacij in učenčevih strategij reševanja, dosegli pri učiteljih premik v načinu poučevanja. Učitelji so v razredu bolj poudarjali relacijsko kot instrumentalno razumevanje matematike pri učencih. Učenci so dosegali boljše rezultate pri reševanju problemov, na testu tradicionalnih matematičnih znanj pa za vrstniki niso zaostajali. Podobno so izraelski raziskovalci (Tirosh et al. 2001), ki so učitelje seznanjali s teorijo intuitivnih pravil (angl. *Intuitive Rule Theory*), ugotavljali, da je tovrsten program učiteljem pomagal pri predvidevanju načinov razmišljanja učencev, kar je posledično pozitivno vplivalo na pouk. V obeh intervencijskih programih so učitelji najprej pridobivali teoretična znanja od raziskovalcev, nato pa so le-ti prenos v prakso opazovali v testnih okoliščinah v razredu.

V nadaljevanju prispevka bomo v grobem predstavili intervencijski program, imenovan Didaktični petkotnik, ki poteka na Pedagoški fakulteti Univerze v Mariboru od leta 2005; podrobneje je opisan v Lipovec in Pangrčič (2009). Program temelji na izsledkih omenjenih programov, dodatno pa vključuje element dela z matematično sposobnejšimi učenci. Kot že ime pove, koncept vključuje pet glavnih udeležencev: bodoče učitelje razrednega pouka, didaktike matematike, učitelje mentorje, matematično obetavne učence in njihove starše (slika 1).



Slika 1: Struktura Didaktičnega petkotnika

Označimo udeležence z zaporednimi črkami abecede: A označuje matematično sposobnejše učence, B njihove starše, C razredne učitelje, D didaktike matematike, ki študente usmerjajo, in E študente, ki vodijo aktivnosti krožka. Petkotnik je

definiran z 10 relacijami, ki predstavljajo stranice in diagonale petkotnika. Edina relacija, ki ni realizirana v neposrednem stiku, je relacija AD; didaktik namreč ni neposredno vključen v učnem procesu, ampak samo posredno usmerja študenta pri delu. Vse druge relacije učinkujejo v neposrednem skupnem delu. Študenti delajo z učenci (relacija AE) enkrat na teden skozi vso šolsko leto v obliki interesne dejavnosti. Učenci in njihovi starši (relacija AB) sodelujejo, ko skupaj raziskujejo na krožku predstavljen problem. Problemi so v skladu s sprejetimi načini reševanja problemov vedno najprej predstavljeni, nato učenci skupaj s starši nekaj časa delajo na razumevanju problema. Ob naslednjem srečanju učenci predstavijo svoje rešitve, jih analizirajo in poskušajo najti optimalno(e). Relaciji AC in BC sta realizirani skozi redni šolski proces. Študenti in starši (relacija BE) se srečujejo na neformalen in formalen način. Ker delo poteka v majhnih skupinah (5–7 otrok), so srečanja pogosta in omogočajo takojšnje povratne informacije. Didaktiki in starši (relacija BD) se srečujejo na bolj formalen način, ob predavanjih, skozi katera se starše ozavešča o načelih pouka matematike in smernicah za delo s sposobnejšimi otroki, na katerih se poskuša preprečiti transmittivne metode poučevanja, ki bi lahko nastopile v domačem okolju. Razredni učitelji in študenti (relacija CE) se srečujejo enkrat na teden in dorečejo program dela za naslednji teden. Razredni učitelji najbolj aktivno vlogo prevzemajo pri izbiri učencev, tudi kasneje pa študentom svetujejo in jih opozarjajo na posebnosti sodelujočih učencev. Razredni učitelji in didaktiki (relacija CD) sodelujejo na sestankih s starši, komunikacija med tema dvema udeležencema pa poteka tudi z uporabo e-pošte in drugih sredstev. Relacija DE med študenti in didaktiki je izvedena skozi redni in izbirni del programa za izobraževanje učiteljev (Lipovec in Kosi 2008).

V prvem triletju govorimo o matematično obetavnih učencih (angl. *mathematically promising students*). Matematični obet učenca za zdaj še ni enolično definiran; je skupek njegovih sposobnosti, motivacije, prepričanj, izkušenj in priložnosti (Sheffield 1999). Matematično obetavni učenci niso nujno obetavni na drugih področjih, prav tako matematične sposobnosti ne moremo enačiti s šolskim uspehom in tudi ne z računsko spretnostjo. Običajno imajo ti učenci dobre verbalne sposobnosti, so radovedni, imajo dobro razvito domišljijo, analitičen način razmišljanja ter sposobnost koncentriranega in samostojnega dela. Delo študentov z matematično obetavnimi otroki je koristno za študente in za učence. Znano je, da se interes za matematiko zmanjšuje z leti, ki jih učenci preživijo v šoli (Mann 2005), in da je problemsko naravnani pouk učinkovit (Cotič in Zuljan Valenčič 2009). Rezultati raziskave TIMSS 2003 kažejo, da je treba z mlajšimi matematično obetavnimi učenci začeti delati na drugačen način (Lipovec in Bezgovšek 2006). Dodatne ure v obliki interesne dejavnosti ali dodatnega pouka s področja matematike se na razredni stopnji le redko izvajajo. Izbira matematično obetavnih učencev kot udeležencev je pogojena tudi s tem, da smo želeli, da se študenti učijo od učencev oz. da bodoči učitelji prevzemajo odnos do matematike od svojih učencev, z drugimi besedami, izzvati smo želeli *spremembo bodočega*

*učitelja*. Pojem *sprememba učitelja* (angl. *teacher change*) definira spremembo prepričanja in odnosa učitelja do predmeta, kar se izraža skozi koncepte poučevanja in učenja. Učiteljeva prepričanja namreč pomembno vplivajo na sposobnost reševanja problemov njihovih učencev (Pehkonen in Hannula 2004; Speer 2005; Boaler 2013). V intervencijskih programih so poudarjeni štirje potrebni pogoji za spremembo: perturbacija, predanost, vizija in refleksija. Perturbacijo lahko dosežemo z izpostavljanjem učitelja motečim dejavnikom. V našem primeru so to matematično obetavni učenci, kajti njihova epistemološka prepričanja so drugačna od študentovih. Prepričanja matematično obetavnih učencev o matematiki so namreč pozitivna, kar dokazujejo mnoge raziskave. Ob koncu osnovne šole imajo matematično nadarjeni učenci bolj realno, manj precenjeno matematično samopodobo (Pajares in Graham 1999). Pri problemu prepričanj je še vedno nejasna posledična povezava prepričanja – dosežki, tj. rezultati včasih nakazujejo kot vzrok prepričanja in kot posledico dosežke, včasih pa obratno. Za matematično obetavne učence pa velja, da so prepričanja oz. odnos vzrok in dosežek posledica (Ma in Xu 2004). Zato smo študente soočili z matematično obetavnimi učenci v upanju, da bo konfrontacija oblikovala prepričanja in odnos študentov ali pa jih vsaj naredila bolj eksplicitno dostopne. Študenti naj ne bi postali le bolj občutljivi za načine matematičnega razmišljanja, ki so lastni obetavnim učencem, ampak naj bi te načine tudi usvojili.

Program je bil v preteklosti evalviran z več vidikov. Ugotovljeno je bilo (Lipovec in Bezgovšek 2006), da se je koeficient kreativnosti (splošne in matematično specifične) vključenih učencev v enem letu sodelovanja statistično pomembno dvignil. Dodatno je bilo ugotovljeno, da program deluje v različnih okoljih in da učinek ni bistveno odvisen od tipa udeležencev ali učnega okolja (Lipovec in Kosi Ulbl 2008). Ugotovili smo tudi, da sistem ocenjevanja in samoocenjevanja študentov v Didaktičnem petkotniku pozitivno vpliva na občutljivost študentov za strategije, ki jih razvijajo učenci (Lipovec in Drnovšek 2004). Longitudinalna raziskava (Lipovec in Pangrčič 2008) je pokazala pozitiven vpliv tovrstnega programa na prepričanja vključenih študentov. Študenti, ki so sodelovali v programu, so v primerjavi s kolegi, ki v program niso bili vključeni, po enem letu posebej izrazito spremenili prepričanje o pomembnosti matematičnega diskurza in vseživljenjskega izobraževanja ter izboljšali zaupanje v uporabo korektnega in učencem prilagojenega matematičnega izražanja. Dosedanje raziskave kažejo na pozitivne učinke programa. Programom, ki temeljijo na problemskem pristopu, ki sam po sebi razvija ustvarjalnost, se včasih očita, da povzročajo primanjkljaje na področju klasičnega šolskega znanja matematike. Zato v tem prispevku podajamo rezultate študije, ki je merila matematične dosežke vključenih učencev.

Osnovni namen raziskave je analiza vpliva koncepta Didaktičnega petkotnika na dosežke matematično obetavnih učencev – četrtošolcev devetletne osnovne šole. Aktivnosti smo izvajali v obliki matematičnega krožka, ki je potekal na različnih osnovnih šolah v Mariboru v tretjih, četrth in petih razredih, pod vodstvom

didaktikov pri predmetu Didaktika matematike na Pedagoški fakulteti v Mariboru in študentov na smeri Razredni pouk. Raziskavo smo izvedli v dveh delih – jeseni leta 2005 in spomladi leta 2006. V vmesnem obdobju so imeli učenci približno dvajset srečanj pri matematičnem krožku. Glavni del raziskave smo namenili analiziranju odstopanja v uspešnosti reševanja nalog udeležencev krožka glede na kontrolno skupino, in sicer na različnih področjih: primerjava uspešnosti reševanja pri posameznih nalogah in pri skupinah nalog z različnimi kognitivnimi področji, z različnimi mejniki znanja in z različnimi vsebinskimi področji.

## Metodologija

Pri raziskovalnem delu smo uporabili deskriptivno in kavzalno eksperimentalno metodo pedagoškega raziskovanja. Instrumentarij sta predstavljala dva zvezka z 12 nalogami (M01 in M03), ki so jih četrtošolci sicer reševali v sklopu mednarodne raziskave TIMSS 2003. Podatki so bili v kvalitativni in kvantitativni obliki, obdelali pa smo jih s programskim paketom SPSS 15.0.

Z namenom preverjanja ustreznosti izbora učencev smo najprej v novembru 2005 izvedli t. i. presejalni test. Pri tem smo uporabili naloge, ki so jih nekateri slovenski učenci reševali v okviru raziskave TIMSS 2003. V raziskavi TIMSS države primerjajo tudi glede na deleže učencev, ki dosegajo različne mejnike znanja. Mednarodni mejniki znanja so štirje: mejnik spodnje, srednje, visoke in najvišje ravni znanja. Raziskava TIMSS za določitev mejnikov znanja uporablja metodo sidranja. Metoda vsebuje empirično komponento, s pomočjo katere določijo naloge, ki predstavljajo določene mejnike, in subjektivno komponento, pri kateri strokovnjaki določijo vsebine, potrebne za doseganje mejnikov, in mejnik posplošijo na učenčeva znanja in razumevanje. Učenci so bili glede na svoje dosežke razvrščeni v percentilne ravni (25., 50., 75. in 90. percentil). Z mednarodnim dogovorom se sestavi skupen nabor opisov zahtevanih znanj za naloge, ki jih je pravilno rešila večina učencev dane percentilne ravni. Mejniki znanja predstavljajo koncentrično strukturo; znanje učenca, ki je dosegel npr. visoko raven znanja, vsebuje znanja nižjih mejnikov znanja. Nalogi pripišejo npr. najvišji mejnik, če jo je pravilno rešilo 65 % učencev, ki dosegajo mejnik najvišje ravni znanja (625 točk) in je ni rešilo vsaj 50 % učencev, ki dosegajo mejnik visoke ravni znanja. V splošnem so opisi, ki govorijo o matematičnih konceptih in proceduralnem znanju, dokaj direktno povezani z nalogami. Dodati pa je treba, da je kognitivna stopnja, ki je potrebna za uspešno rešitev neke naloge, odvisna od učenčevega predhodnega znanja. Za učenca, ki je z vsebinami seznanjen iz šole, je potreben le preprost priklic, za učenca, ki vsebin iz šolskih klopi ne pozna (npr. ker vsebin ni v učnem načrtu), pa ni tako.

Povprečni dosežek učencev, vključenih v program Didaktični petkotnik, je bil pri nalogah iz zvezka M03 (12 nalog)  $M = 67,7 \%$ , s standardno deviacijo  $\sigma = 17,3 \%$ . Odločili smo se, da iz nadaljnje raziskave izločimo tiste učence, ki so

v uspešnosti reševanja nalog dosegli nižji rezultat kot  $M + \sigma$  (torej je bil njihov dosežek 85 % ali nižji). Menili smo namreč, da ti učenci ne zadoščajo kriterijem izbora udeležencev v matematičnem krožku. V nadaljevanju pa smo iz raziskave izločili še učence tretjih in petih razredov, ker so kontrolno skupino, ki jo bomo opisali v nadaljevanju, sestavljali le učenci četrth razredov devetletne osnovne šole in tretjih razredov osemletne osnovne šole. Teh učencev v raziskavi nismo upoštevali, krožek pa so kljub temu obiskovali. Tako je ostalo 44 učencev, ki so predstavljali vzorec naše raziskave (v nadaljevanju besedila »eksperimentalna skupina«). Njihov povprečni dosežek na presejalnem testu novembra 2005 je bil 81 %, s standardno deviacijo  $\sigma = 5,1$  %. V maju 2005 smo učence eksperimentalne skupine testirali z nalogami iz zvezka z oznako M01.

Kontrolno skupino v naši raziskavi pa smo oblikovali iz učencev četrth razredov devetletne osnovne šole, ki so sodelovali v raziskavi TIMSS 2003. Sodelujočih četrtošolcev je bilo 3126, njihov povprečni dosežek pri reševanju nalog je bil  $M = 50,0$  %, s standardno deviacijo  $\sigma = 10,1$  %. Od omenjenih otrok smo najprej izbrali le tiste z uspešnostjo  $M + \sigma$  (torej je bil njihov dosežek 60,1 % ali višji). Po tej omejitvi je ostalo 546 učencev, ki pa so v raziskavi TIMSS reševali različne zvezke nalog. Tako smo v kontrolni skupini ohranili le tiste učence, ki so reševali iste naloge kot eksperimentalna skupina (zvezek z oznako M01). Na ta način smo oblikovali »kontrolno skupino« s 83 učenci. Povprečni dosežek učencev tako določene kontrolne skupine je bil enak kot pri eksperimentalni skupini (81 %), s standardno deviacijo  $\sigma = 3,8$  %.

## Rezultati in interpretacija

V preglednici 1 so zbrani podatki o uspešnosti reševanja posameznih nalog za eksperimentalno in kontrolno skupino. Rezultate smo navedli kot povprečno uspešnost  $M$  v odstotkih, dodali pa smo tudi standardno deviacijo  $\sigma$ . Skrajna desna stolpca predstavljata razlike v uspešnosti reševanja v prid eksperimentalni ali kontrolni skupini.

Preglednica 1: Naloge ter uspešnost reševanja eksperimentalne in kontrolne skupine v odstotkih

Naloga		Eksperimentalna skupina $M \pm \sigma$ (v %)	Kontrolna skupina $M \pm \sigma$ (v %)	Razlika v prid eksperimentalni skupini (v %)	Razlika v prid kontrolni skupini (v %)
1	Prebrati preprost stolpični diagram.	100 ± 0,0	100 ± 0,0		
2	Izračunati število kock v kvadru ob danem številu plasti in številu kock v eni plasti.	88 ± 4,9	77 ± 4,6	11	
3	Prepoznati ulomek iz slike z osenčenimi deli.	79 ± 6,3	60 ± 5,4	19	
4	Prepoznati množenje kot ustrezno operacijo v preprostem enostopenjskem problemu.	100 ± 0,0	95 ± 2,4	5	

Naloga		Ekperimentalna skupina $M \pm \sigma$ (v %)	Kontrolna skupina $M \pm \sigma$ (v %)	Razlika v prid eksperimentalni skupini (v %)	Razlika v prid kontrolni skupini (v %)
5	Od danega datuma šteti dano število tednov naprej.	91 ± 4,5	96 ± 2,1		5
6	Prepoznati mesto stotic v štirimestnem številu.	95 ± 3,2	92 ± 3,1	3	
7	Zaokrožiti trimestno število na stotice.	58 ± 7,6	90 ± 3,3		32
8	Identificirati decimalno reprezentacijo desetiškega ulomka.	23 ± 6,3	17 ± 4,1	6	
9	Oceniti razdaljo na zemljevidu z merilom.	63 ± 7,5	70 ± 5,1		7
10	Smiselno izbrati maso odrasle osebe.	100 ± 0,0	89 ± 3,4	11	
11	Dano štirimestno število zapisati z besedo.	98 ± 2,3	98 ± 1,7		
12	Izbrati algebrski izraz, ki predstavlja dano situacijo.	84 ± 5,7	88 ± 3,6		4
				+55	-48

Iz preglednice 1 najprej razberemo, da je bila eksperimentalna skupina uspešnejša od kontrolne za 7 %. Eksperimentalna skupina je bila bistveno slabša pri nalogi 7, ki je pravzaprav precej klasična šolska naloga. Pri vseh drugih nalogah se je odrezala bolje ali malo slabše. Teorija nadarjenih podaja odgovor na slabše rezultate sposobnejših učencev pri klasičnih nalogah (Ferbežer 2013). Obe skupini sta dosegli enake povprečne rezultate pri prvi in enajsti nalogi (100 % in 98 %). Obe nalogi sta glede na kriterij »mejniki znanja« označeni z nižjim težavnostnim nivojem. Glede na način izbiranja učencev, ki so sodelovali v naši raziskavi, so bili tako visoki rezultati tudi pričakovani. Razen tega menimo, da so podobne naloge učenci reševali v okviru obravnave redne učne snovi in jim tudi zato niso povzročale težav. Sicer pa so večja odstopanja v uspešnosti reševanja pri nalogah 2, 3 in 10 v prid eksperimentalne skupine ter pri nalogi 7 v prid kontrolne skupine. Zanimalo nas je, ali so te razlike tudi statistično pomembne. S tem namenom smo za vsako izmed omenjenih štirih nalog statistično pomembnost preverili s  $\chi^2$ -preizkusom. Pri tem se je izkazalo, da smo morali pri nalogah 2, 7 in 10 uporabiti Kullbackov preizkus (Likelihood Ratio v programskem paketu SPSS) zaradi prenizkih vrednosti v nekaterih celicah ustreznih kontingenčnih tabel. Pri vsaki nalogi smo zaradi boljše predstave navedli kratko karakterizacijo vsebinskega področja, poglavja ter kognitivnega področja, poleg vrednosti  $\chi^2$  oziroma  $2\hat{\uparrow}$  pa še verjetnost  $p$  in Cramarjev koeficient  $V$ . Opisi in rezultati so zbrani v preglednici 2.

Preglednica 2: Kratki opisi vsebinskih področij, poglavij in kognitivnih področij ter nekateri izračunani statistični parametri ( $\chi^2$ ,  $2\uparrow$ ,  $p$  in  $V$ ) za naloge, pri katerih smo preverjali statistično pomembnost razlik v reševanju eksperimentalne in kontrolne skupine

Zap. štev. naloge	Vsebinsko področje	Poglavje	Kognitivno področje	$\chi^2$ , $2\uparrow$	$p$	$V$
2	Merjenje	Orodja, tehnike in formule	Uporaba pojmov	3,471	0,062	/
3	Števila	Ulomki in decimalna števila	Uporaba pojmov	4,842	0,028	0,195
7	Števila	Cela števila	Poznavanje dejstev in postopkov	17,271	0,000	0,369
10	Merjenje	Lastnosti in enote	Poznavanje dejstev in postopkov	7,868	0,005	0,004

Izračuni, prikazani v preglednici 2, kažejo, da imamo v treh primerih (naloge 3, 7, 10) statistično pomembne razlike glede uspešnosti reševanja na nivoju 0,05 pri  $m = 1$ . Pri nalogi 2 razlika sicer ni statistično pomembna na nivoju 0,05, se pa kaže trend uspešnejšega reševanja v prid eksperimentalni skupini. Ugotavljamo, da so bili učenci eksperimentalne skupine manj uspešni pri nalogi 7 (zaokroževanje danega števila na stotice). Naloga sodi na področje poznavanja dejstev in postopkov, ki ni nevrtažno področje slovenskih učencev. Nalogi 2 in 10 nista tipični nalogi reševanja rutinskih problemov, ampak od učencev v slovenskem šolskem prostoru zahtevata konceptualno znanje. Menimo, da smo z oblikami in metodami pouka, predvsem pa z izborom nalog pri delu v krožku bistveno pripomogli k dvigu sposobnosti in nivoja znanja učencev ravno na tem področju.

V nadaljevanju raziskave smo naloge iz zvezka M01 razdelili glede na štiri kognitivna področja: *reševanje rutinskih problemov* (naloge 1, 4, 5, 12), *uporaba pojmov* (naloge 2, 3, 6), *poznavanje dejstev in postopkov* (naloge 7, 8, 10, 11) ter *sklepanje in utemeljevanje* (naloga 9).

V preglednici 3 je prikazana uspešnost reševanja nalog eksperimentalne in kontrolne skupine po omenjenih področjih.

Preglednica 3: Uspešnost reševanja nalog eksperimentalne in kontrolne skupine po kognitivnih področjih

Kognitivno področje	Število nalog	Uspešnost reševanja nalog v %	
		Eksperimentalna skupina	Kontrolna skupina
Reševanje rutinskih problemov	4	93	95
Uporaba pojmov	3	88	76
Poznavanje dejstev in postopkov	4	70	73
Sklepanje in utemeljevanje	1	61	70

Statistično pomembnost razlik v uspešnosti reševanja nalog posamezne skupine na izbranem področju smo želeli preveriti s  $\chi^2$ -preizkusom. Zaradi vrednosti v celicah kontingenčnih tabel smo spet uporabili Kullbackov preizkus. Izkazalo se je, da do statistično pomembne razlike pride le na kognitivnem področju *uporaba pojmov* ( $2\uparrow = 8,053$ ;  $m = 2$ ;  $p = 0,018$ ;  $V = 0,246$ ). Menimo, da so bili izvajalci



krožka zelo pozorni na pravilno in natančno matematično izražanje, zlasti pri postavljanju definicij in trditev ter pri usmerjanju udeležencev krožka ob iskanju pravih poti reševanja različnih nalog. Navedeno je lahko razlog za večjo uspešnost eksperimentalne skupine na področju *uporaba pojmov*. Sicer pa je kontrolna skupina dosegla nekoliko boljše rezultate na vseh preostalih treh kognitivnih področjih. Zaskrbljujoča je razlika na področju *sklepanje in utemeljevanje*, ki pa jo morda lahko pripišemo majhnemu številu nalog s tega področja (ena sama naloga).

V raziskavi nas je zanimala tudi uspešnost reševanja nalog po področjih, ki jih označujejo različni mejniki znanja (nivoji težavnosti nalog). V raziskavi TIMSS 2003 so postavljeni štirje mejniki znanja, razdelitev nalog iz zvezka M01 pa je naslednja: nižji (naloge 1, 6, 11), srednji (naloge 3, 4, 5, 10), visoki (naloge 2, 7, 12) in najvišji (nalogi 8, 9).

V preglednici 4 so prikazani povprečni dosežki eksperimentalne in kontrolne skupine pri reševanju nalog glede na postavljene nivoje.

*Preglednica 4: Uspešnost reševanja nalog eksperimentalne in kontrolne skupine glede na štiri mejnike znanja*

Mejnik znanja	Število nalog	Uspešnost reševanja nalog v %	
		Eksperimentalna skupina	Kontrolna skupina
nižji	3	98	96
srednji	4	93	85
visoki	3	76	85
najvišji	2	42	43

Iz preglednice 4 je takoj razvidno, da sta bili obe skupini skoraj enako uspešni pri nalogah nižjega nivoja (eksperimentalna skupina 98 %, kontrolna skupina 96 %). Visoke rezultate na tem nivoju smo pričakovali, saj so bili v obeh skupinah matematično uspešnejši učenci in z nalogami najnižjega nivoja niso imeli težav. Prav tako je bila uspešnost reševanja nalog skoraj enaka pri nalogah najvišjega nivoja (eksperimentalna skupina 42 %, kontrolna skupina 43 %). Ugotavljamo, da delo z učenci v matematičnem krožku ni prispevalo k večji uspešnosti pri reševanju nalog tega nivoja, čeprav smo to pričakovali. Delo je bilo namreč zastavljeno tako, da so udeleženci krožka reševali naloge, ki od učencev zahtevajo večjo mero logičnega sklepanja, iznajdljivosti in iskanja neobičajnih poti reševanja. Menimo, da bi bila uspešnost reševanja nalog eksperimentalne skupine na najvišjem zahtevnostnem nivoju večja, če bi učenci obiskovali krožek dlje časa, saj bi bil pozitiven učinek zastavljenega dela v daljšem časovnem obdobju večji. S Kullbackovim preizkusom smo preverili, ali obstajajo statistično pomembne razlike v uspešnosti reševanja med eksperimentalno in kontrolno skupino na srednjem in visokem nivoju. Izračunane vrednosti Kullbackovega testa so pokazale, da razlike niso statistično pomembne, vendar pa se kažejo trendi k večji uspešnosti eksperimentalne skupine na srednjem zahtevnostnem nivoju ( $2\hat{\uparrow} = 6,418$ ;  $m = 1$ ;  $p = 0,093$ ) in trendi k večji uspešnosti kontrolne skupine na visokem zahtevnostnem nivoju ( $2\hat{\uparrow} = 6,638$ ;  $m = 1$ ;  $p = 0,084$ ).

V zadnjem delu raziskave nas je zanimala še razdelitev nalog iz zvezka M01 po vsebinskih področjih. V raziskavi TIMSS 2003 so vse uporabljene naloge za 4. razred devetletne osnovne šole razdeljene v pet vsebinskih področij, naloge iz zvezka M01, ki smo ga uporabili v naši raziskavi, pa so porazdeljene na naslednji način: *podatki* (naloga 1), *merjenje* (naloge 2, 5, 9, 10), *števila* (podpodročje *cela števila*: naloge 4, 6, 7, 11; podpodročje *ulomki in decimalna števila*: nalogi 3, 8), *geometrija* (nobena naloga), *vzorci in relacije* – algebra (naloga 12).

Glede na porazdelitev nalog, ki smo jih uporabili v raziskavi, smo se odločili, da bomo primerjali le področje *merjenje* in podpodročji *cela števila* ter *ulomki in decimalna števila*, saj primerjava uspešnosti reševanja nalog po skupinah zaradi premajhnega števila nalog v drugih vsebinskih področjih ni mogoča. Preglednica 5 prikazuje povprečno uspešnost reševanja nalog v eksperimentalni in kontrolni skupini na omenjenih vsebinskih področjih.

Preglednica 5: Uspešnost reševanja nalog eksperimentalne in kontrolne skupine glede na vsebinska področja

Vsebinsko (pod)področje	Število nalog	Uspešnost reševanja nalog v %	
		Eksperimentalna skupina	Kontrolna skupina
<b>Merjenje</b>	4	85	83
<b>Cela števila</b>	4	88	94
<b>Ulomki in decimalna števila</b>	2	51	39

Zbrani podatki kažejo, da med skupinama ni bistvenih razlik v uspešnosti reševanja pri nalogah s področja *merjenje*. Z računanjem vrednosti  $\chi^2$  smo preverjali statistično pomembnost razlik na drugih dveh področjih. Ugotovili smo, da obstaja statistično pomembna razlika na nivoju 0,05 za podpodročje *cela števila* (Kullbackov preizkus  $2\hat{\lambda} = 6,570$ ;  $m = 2$ ;  $p = 0,037$ ;  $V = 0,231$ ) v prid kontrolni skupini. Po pregledu izbranih nalog za to področje ugotavljamo, da se taki tipi nalog pogosto pojavljajo v veljavnih učbenikih in delovnih zvezkih za matematiko v 4. razredu, učencem so tovrstne naloge dobro znane in za uspešno reševanje ne zahtevajo višjih taksonomskih stopenj znanja (kot so jih zahtevale na primer izbrane naloge za matematični krožek). Izračunana vrednost statistike  $\chi^2$  za podpodročje *ulomki in decimalna števila* ne kaže statistično pomembne razlike na nivoju 0,05, ampak le trend k večji uspešnosti eksperimentalne skupine ( $\chi^2 = 5,590$ ;  $m = 2$ ;  $p = 0,06$ ). Morda so bili učenci eksperimentalne skupine pri nalogah 3 in 8, ki sodita v omenjeno vsebinsko področje, nekoliko uspešnejši, ker nalogi zahtevata poznavanje vsebin, ki jih učenci do reševanja nalog v raziskavi še niso obravnavali. V takih primerih pride do izraza sposobnost učenca, da se znajde v neznani situaciji, ko zastavljenega problema ni mogoče prevesti na reševanje že znanega problema; to je sicer pogost pojav pri načinih reševanja matematičnih nalog v naših šolah.

## Zaključek

V prispevku je pokazana primerjava matematičnega dosežka učencev, ki sodelujejo v programu Didaktični petkotnik, v primerjavi z dosežkom matematično obetavnih učencev slovenskega šolskega prostora, ki so sodelovali v raziskavi TIMSS 2003. Rezultat je razveseljujoč, kajti dosežki eksperimentalne skupine so za 7 % višji od dosežkov kontrolne skupine. Statistično pomembno bolje so reševali tri (v trendu štiri) naloge od dvanajstih, statistično slabši so bili pri eni nalogi. Dodatno so statistično pomembno višji dosežki na srednjem mejniku znanja ter na kognitivnem področju uporabe pojmov. Rezultat potrjuje domnevo, da problemsko naravnani pouk pozitivno vpliva tudi na znanje tradicionalne šolske matematike, ki jo podpirata Cotič in Zuljan (2009).

V predhodnih raziskavah smo že pokazali pozitiven vpliv programa na področju razvijanja ustvarjalnih sposobnosti učencev, ki obiskujejo Didaktični petkotnik. Ugotovili smo tudi, da so vključeni študenti bolj senzibilni za strategije, ki jih razvijajo učenci, ter da se prepričanja vključenih študentov na področju pomembnosti matematičnega diskurza in vseživljenjskega izobraževanja spremenijo v smeri, ki sledi sodobnim smernicam pouka matematike. Didaktični petkotnik se je z vseh do sedaj raziskanih vidikov pokazal kot primer dobre prakse, ki bi ga lahko vključili v modele izobraževanja učiteljev in modele za izvajanje interesnih dejavnosti s področja matematike v rednem izobraževalnem procesu prvih dveh triletij osnovne šole.

*Alenka Lipovec*

## **Influence of Math Club Activities on Primary Students' Mathematics Achievement**

Didactic Pentagon is an experimental program used in elementary teacher education for the purpose of teacher change. Five stakeholders in the school environment on the basis of a teacher–student–parent–preservice teacher–teacher educator relation are included. The main idea is comprised of reversed roles in teaching and learning process. Elementary school preservice teachers should adopt beliefs and conceptions from the mathematically promising students (age 6-12). The programme is defined by 10 relationships among stakeholders and was evaluated from various viewpoints. Relationships can be visualized as diagonals and edges of pentagon with stakeholders as vertices. The only indirectly realized relationship of the 10 existing is between teacher educator and mathematically promising students, since the educator is not directly involved in the learning process. He/she only organizes a situation in which the process of teacher change could happen. All other relationships work in a direct manner through

pentagon activities. It was observed that pre- and in-service teachers' beliefs and their knowledge are of crucial importance for students' problem solving abilities. This area of research is known as "teacher change"- meaning a change in his/her beliefs and conceptions concerning teaching and learning. Different intervention programmes, that can be helpful in challenging prospective teachers' beliefs, were proposed, Didactic pentagon is one of them. It is also believed that mathematically gifted children have on average beliefs that are more positive and attitudes towards mathematics. Moreover, for elite students, when there was a causal relationship between attitude and achievement, achievement always claimed (unidirectional) causal predominance over attitude. Additionally, club activities mode also have a positive affect on beliefs about school subjects and foster cooperative learning, critical thinking and development of individual problem solving strategies. Overall results speak in favour of the presented approach. In the proposed programme, elementary preservice teachers and mathematically promising students play partners in the leading role as problem solvers during club activities. Empirical results focus on comparison in mathematics achievements of students included in the programme and mathematically promising students taking part in TIMSS 2003. Experimental group (N = 44) has surpassed control group (N= 83) in overall result by approximately 7 %. Statistically significant differences in favour of experimental group can be found at intermediate international benchmark of mathematics achievements and at problem solving cognitive domain. The results show that there are no statistically significant differences at TIMSS benchmarks. Experimental group surpassed control group at intermediate benchmark and at the content fractions and decimal numbers, however control group surpassed the experimental one at advanced benchmark and at the content of numbers at the rate of a statistical 0.10 trend. The causes for that could be found in short period of pentagon activities and in non-typical activities done at math club level. TIMSS tests traditional curricular knowledge that is not a part of pentagon activities. Programme evaluators may assess programmes on several dimensions to determine whether the programme works. Key performance indicators in our research were set according to programme stakeholders (impact on students, preservice teachers, parents etc.). The results reported in this paper showed the positive influence of the Pentagon programme on young mathematically promising students. Cooperation by basic schools and faculties in the context of knowledge and experience exchange is more and more important for the quality improvement of both institutions. We believe that the Pentagon programme represents a promising approach in elementary teacher training programmes.

## LITERATURA

Boaler, Jo. 2013. *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. New Jersey: LEA.

- Carpenter, P. Thomas, Fennema, Elizabeth, Loef Franke, Megan, Levi Linda, Empson, Susan. 1999. *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instructions*. Reston, VA: NCTM.
- Cotič, Mara, Zuljan Valenčič, Milena. 2009. Problem based instruction in mathematics and its impact on the cognitive results of the students and on affective motivational aspects. *Educational Studies*. 25 (3): 297–310.
- Ferbežer, Ivan. 2013. Miti o matematičnih talentih. *Matematika v šoli*. 19 (1/2): 4–17.
- Lipovec, Alenka, Bezgovšek, Helena. 2006. The didactic pentagon: students-teachers-parents-preservice teachers-teacher educators. *Department of mathematics report series*. 14: 85–88.
- Lipovec, Alenka, Drnovšek, Uroš. 2004. Avtentične oblike ocenjevanja dela študentov znotraj koncepta didaktični petkotnik (učenci-učitelji-starši-študenti-didaktiki). *Preverjanje in ocenjevanje*. 2 (4): 63–75.
- Lipovec, Alenka, Kosi Ulbl, Irena. 2008. Interesna dejavnost s področja matematike v različnih šolskih okoljih. *Revija za elementarno izobraževanje*. 1 (3/4): 79–86.
- Lipovec, Alenka, Pangrčič, Polona. 2008. Elementary preservice teachers' change. *Acta didactica napocensia*. 1 (2): 31–36.
- Ma, Xin, Xu, Jiangmin. 2004. Determining the Causal Ordering between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *American Journal of Education*. 110 (3): 256–280.
- Mann, L. Eric. 2005. *Mathematical Creativity and School Mathematics: Indicators of Mathematical Creativity in Middle School Students*. Connecticut: University of Connecticut.
- Mapolelo, C. Dumma. 1998. Pre-service Teachers' Beliefs About and Attitudes Toward Mathematics: The Case of Dudu. *International Journal of Educational Development*. 18 (4): 337–346.
- Pajares, Frank, Graham, Laura. 1999. Self-Efficacy, Motivation Constructs, and Mathematics Performance of Entering Middle School Students. *Contemporary Educational Psychology*. 24 (2): 124–139.
- Pehkonen, Erkki, Hannula, S. Markku. 2004. Mathematical Belief Research in Finland. *Nordic Studies on Mathematics Education*. 9 (2): 23–38.
- Peterson, L. Penelope, Fennema, Elizabeth, Carpenter, P. Thomas. 1989. Teachers' Pedagogical Content Beliefs in Mathematics. *Cognition and Instruction*. 6 (1): 1–40.
- Sheffield, J. Linda, ur. 1999. *Developing Mathematically Promising Students*. Reston, Virginia: NCTM.
- Speer, M. Natasha. 2005. Issues of Methods and Theory in the Study of Mathematics Teacher's Professea and Attributed Beliefs. *Educational Studies in Mathematics*. 58 (3): 361–391.
- Tirosh, Dina, Stavy, Ruth, Tsamir, Pessia. 2001. Using the Intuitive Rules Theory as a Basis for Educating Teachers. V *Making sense of Mathematics Teacher Education*, (ur.) Lai Lin Fou, Thomas Cooney, 73–87. Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

