

*Dr. Amalija Žakelj, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper,
Zavod RS za šolstvo, amalija.zakelj@zrrs.si*

Procesnodidaktični pristop pri poučevanju matematične vsebine merjenja v osnovni šoli

Izvirni znanstveni članek

UDK 37.02:51

POVZETEK

Merjenje je pomembna matematična vsebina v osnovni šoli. Z namenom, da bi pri učencih dosegli kakovostno znanje o merjenju, smo za pouk matematike razvili procesnodidaktični pristop ter ga evalvirali z vidika učinkov kakovosti znanja učencev.

Na osnovi teoretskega poznavanja miselnega razvoja otrok, vključno z novjšimi spoznanji o otrokovem mišljenju, ter poznavanja socialne kognicije, učenja in poučevanja smo izdelali procesnodidaktični pristop za poučevanje matematike (merjenja v osnovni šoli), ki posebno pozornost namenja izkustvenemu učenju, refleksiji, razvijanju miselnih navad, postavljanju primernih spodbud s strani učitelja, kognitivnemu oz. socialno-kognitivnemu konfliktu.

Na vzorcu 137 učencev četrtega razreda iz slovenskih osnovnih šol smo izvedli empirično raziskavo. V eksperimentalno skupino je bilo vključenih 67 učencev, v kontrolno skupino pa 70 učencev. V eksperimentalni skupini je pouk potekal po procesnodidaktičnem pristopu, v kontrolni skupini je imel pouk značilnosti transmisijskega pristopa. S teoretično zasnovano testov, ki smo jih priredili kot merski instrument, smo ob izbranih vsebinah o merjenju količin v četrtem razredu osnovne šole testirali znanja na različnih taksonomskih ravneh. Evalvacija rezultatov glede kakovosti izkazanega znanja učencev je pokazala, da med eksperimentalno in kontrolno skupino obstajajo statistično pomembne razlike v znanju merjenja količin v korist eksperimentalne skupine.

Ključne besede: procesnodidaktični pristop, izkustveno učenje, merjenje, relativna enota, konstantna nestandardna enota, standardna enota

The process-didactic approach to teaching the mathematical topic of “measuring” in primary schools

ABSTRACT

Measuring belongs to the science of mathematics in primary schools. In order to improve knowledge about measuring, we created a process-didactic approach for mathematical instruction and evaluated it by determining the quality of knowledge that the pupils gained.

Based on our theoretical knowledge about the mental development of children, including new findings on children's thinking and our knowledge of social cognition and learning and teaching, we prepared a process-didactic approach for teaching mathematics (measuring in Primary Schools). The process-didactic approach particularly focuses on experiential learning, reflection, the development of mental habits, setting adequate incentives on the part of teachers, cognitive conflict and socio-cognitive conflict.

We carried out an empirical research on a sample of 137 pupils from the fourth grade of Slovenian primary schools. The experimental group included 67 pupils and the control group 70 pupils. The process for the experimental group was conducted according to the process-didactic approach, and the control group was conducted using the transmission approach. Using theoretically conceived tests, which were modified to function as a measuring instrument, we tested the knowledge of the pupils at different taxonomic levels by carefully selecting the contents of the measuring quantities. The evaluation of the results, regarding the quality of pupil-knowledge, shows that there are statistically significant differences in the knowledge of measuring quantities between the experimental and the control group in favour of the experimental group.

Key words: instructions for mathematics, process-didactic approach, experiential learning, acquisition of mathematical concepts, measuring, relative unit, constant non-standard unit, standard unit

Uvod

Razvoj miselnih predstav ter razumevanje matematičnih pojmov in dejstev sta pri razumevanju matematike bistvenega pomena za konstrukcijo znanja. Razumeti pojme pomeni imeti široko paleto predstav, sposobnost prehajanja med reprezentacijami (npr. reprezentacijo števila s konkretnim materialom učenec prevede (spremeni) v slikovno reprezentacijo in/ali reprezentacijo z matematičnimi simboli). Razumeti pojme pomeni tudi sposobnost navajanja primerov in nasprotnih primerov (npr. pojem praštevila učenec podkrepi s primeri praštevil). Čim večjo prožnost prehajanja med reprezentacijami doseže učenec, globlje je njegovo razumevanje (Žakelj, 2004). Hodnik Čadeževa (2001, 2003) definira razumevanje v povezavi s pomenjanjem. Pomenjanje definira kot proces, tesno povezan s specifično reprezentacijo, razumevanje pa kot učenčevo sposobnost prehajanja (prevajanja) med različnimi reprezentacijami. S pomenjanjem opredelimo učenčevo sposobnost dati določeni reprezentaciji pomen oz. izvesti predvideno transformacijo v okviru določene reprezentacije. Npr. če učenec lahko izvede operacijo deljenja s konkretnim materialom, pomeni, da tej reprezentaciji da določen pomen. Učenec, ki reprezentacijo s konkretnim materialom lahko prevede (spremeni) v grafično reprezentacijo in/ali reprezentacijo z matematičnimi simboli, pa operacijo deljenja tudi razume.

O učenju matematike z razumevanjem je pisal tudi Skemp (1976, 1987). Pri opredeljevanju razumevanja matematike je Skemp (1976) izpostavil vidik razlikovanja med proceduralnim in konceptualnim znanjem. Pri opredeljevanju razumevanja matematičnih pojmov govori o proceduralnem in o relacijskem razumevanju. Proceduralno razumevanje opredeli kot sposobnost uporabe pravil, zakonitosti, relacijsko razumevanje pa kot uvid v odnose med pojmi, povezovanje pojmov v nove celote. Če pojme povežemo, lahko nastanejo nove lastnosti, ki integrirajo obstoječe znanje, funkcionirajo kot orodje za nadaljnje učenje in nam omogočajo razumevanje. Taki pojmovni strukturi Skemp pravi shema (1987). Sheme integrirajo obstoječe znanje, funkcionirajo kot orodje za nadaljnje učenje in nam omogočajo razumevanje. Tako je npr. shema površina telesa, povezana s shemo mreže telesa.

Pri učenju in poučevanju pojmov lahko učencem predstavljajo problem prevelika količina pojmov, ki jih uvajamo hkrati ali prehitro, verbalizem (podajanje učne snovi z besednim razlaganjem, brez poudarka na razumevanju, uporabnosti), prezahtevnost pojmov glede na kognitivno razvojno stopnjo učencev, premajhna medsebojna povezanost pojmov in tudi uvajanje pojmov brez povezave s predznanjem učencev.

O rezultatih in uspešnosti slovenskih učencev pri matematiki veliko povedo domače in mednarodne raziskave, kot so TIMSS, PISA, nacionalno preverjanje zna-

nja idr. Pogosto izpostavljena vsebina, pri kateri imajo slovenski učenci težave oz. dosega nižje dosežke, je vsebina merjenje količin (Nacionalno preverjanje znanja, 2008). Merjenje je ena izmed tistih matematičnih vsebin, ki učencem na razredni in tudi na predmetni stopnji v osnovni šoli povzroča težave (Cotič, 1998). Tovrstne ugotovitve nakazujejo potrebo po pristopih učenja in poučevanja, pri katerih bi se učenci učili učinkoviteje, z razumevanjem, imeli več priložnosti za uvid v soodvisnost različnih matematičnih in nematematičnih vsebin. Učenje z razumevanjem je tesno povezano z razvojno stopnjo otrokovega mišljenja, odvisno je od spodbud okolja (Vigotsky, 1983) ter od pristopov k učenju in poučevanju.

V nadaljevanju predstavljamo značilnosti dveh pristopov pouka matematike, ki sta bila uporabljena v raziskavi: procesnodidaktični pristop in transmisijski pristop. Procesnodidaktični pristop smo uporabili v eksperimentalni skupini, v kontrolni skupini pa je prevladoval transmisijski pristop. Zagotovo čistega modela v praksi ni, običajno se prepletajo elementi enega in drugega, vendar pa se v sami šolski praksi pojavljajo pristopi, ki imajo več elementov enega ali drugega.

Procesnodidaktični pristop pri pouku matematike

Procesnodidaktični pristop, ki smo ga razvili za pouk matematike, je zasnovan na spoznanjih teoretikov Deweyja (v Douglas in Grouws, 1992) in Vigotskega (1983), da kognitivni razvoj temelji na socialni interakciji, ter na spoznanjih Piageta (v Labinowicz, 1989), da se znanje gradi na osebni ravni, pri čemer je Piaget posebej poudarjal pomen usklajenosti obravnave zahtevnih konceptov s kognitivnim razvojem učenca. Na osnovi teoretskega poznavanja miselnega razvoja otrok, vključno z novjšimi spoznanji o otrokovem mišljenju, ter poznavanja socialne kognicije, učenja in poučevanja smo izdelali procesnodidaktični pristop za poučevanje matematike. Pri tem smo se oprli na kognitivno-konstruktivistična spoznanja pedagoške stroke o učenju, ki poudarjajo dejavnosti učenca v procesu učenja. Pri izbiri in postavitvi dejavnosti, ki določajo procesnodidaktični pristop, smo upoštevali, da na proces učenja bistveno vplivajo razvojna stopnja mišljenja, struktura obstoječega znanja, spodbude iz okolja ter primerno organizirane dejavnosti za učence.

Procesnodidaktični pristop razumemo kot transformacijo, pri kateri učenci v procesu spreminjajo svoje koncepte in od učitelja zahteva, da se z različnimi stili poučevanja interaktivno prilagaja prevladujočim stilom mišljenja in učenja učencev (Novak, 2003).

Skozi proces pouka s premišljeno izbranimi dejavnostmi (s smiselno postavljenimi vprašanji, izzivi, problemskimi situacijami idr.) učitelj pri učencih sproža kognitivni konflikt. Pri tem učencem pomagamo:

- pri spreminjanju napačnih ali nepopolnih pojmovnih predstav (preverjanju razumevanja pojmov),
- pri uvidu v smiselnost učenja novih vsebin (zakaj je novo znanje potrebno, kje ga lahko uporabimo),
- pri navezovanju na obstoječo mrežo znanja (učenec novo znanje poveže z znanjem, ki ga že ima),
- pri povezovanju znanja (znotraj predmeta ali medpredmetno),
- pri razvijanju matematičnega mišljenja.

Procesnodidaktični pristop razumemo kot aktivni pouk, ki razvija učenčeve interese in motivacijo do učenja. Učitelj pouk usmerja v učenca, upošteva različnosti in spodbuja učenčevo aktivnost pri doseganju znanja. Ob tem omogoča razvoj učenčevih potencialov in razvojno naravnost posameznika.

Vsako učenje zagotovo zahteva določen miselni napor, čeprav gre le za memoriranje dejstev. V tem smislu bi lahko rekli, da je vsako učenje aktivno. Seveda pa učenje izoliranih informacij brez oblikovanja novih pojmovnih povezav ne vodi do trajnega in kakovostnega znanja. Tudi ne gre enačiti miselne dejavnosti z dejavnostmi, pri katerih učenci uporabljajo didaktični material. Kot aktivno učenje razumemo tisto mentalno dejavnost, ki pripelje do povezav med miselno in konkretno dejavnostjo (Žakelj, 2004).

V kontrolni skupini je prevladoval pouk, ki je imel značilnosti transmisijskega pouka.

Transmisija pri pouku

Pri transmisiji gre za tradicionalen pristop, kjer je učitelj pri šolski uri v središču pozornosti in podaja končne resnice. Pri tem je pomembno, kaj bo povedal in kako bo razložil določeno učno vsebino (Marentič Požarnik, 2000).

Učenci imajo pri takšnem pouku premalo možnosti za izražanje svojih zamisli. Pri pouku večinoma govori učitelj in učence nagovarja frontalno. Pouk se gradi na predpostavki, da obstaja znanje neodvisno od učenca in se vanj postopno pretaka. Posledice takšnega pouka se kažejo v nizki motivaciji, premajhni trajnosti in uporabnosti znanja (Ivanuš Grmek, Čagran in Sadek, 2009).

Dejavnosti običajno demonstrira učitelj. V času omenjene raziskave je v kontrolni skupini dejavnosti, povezane z merjenjem nestandardnih enot, izvajal učitelj,

učenci so ga opazovali, sledila je frontalna vpeljava standardnih enot. Pri pouku učenci niso imeli neposrednih izkušenj z merjenjem z nestandardno enoto, zato niso mogli sami neposredno doživeti, da je merjenje s standardnimi enotami potrebno za to, da bi se ljudje lahko nedvoumno sporazumeli o rezultatih izmerjenih količin. Vse to jim je učitelj povedal in razložil kot končna dejstva. Učenci, ki so lahko, so na verbalni ravni sledili razlagi. V nasprotju s procesnodidaktičnim pristopom, ki je bil uporabljen v eksperimentalni skupini, so učenci do omenjenih spoznanj prišli tudi izkustveno.

Razlike med procesnodidaktičnim in transmisijem pristopom se kažejo tudi pri reševanju problemov. Pri transmisijem pristopu pri reševanju nalog učitelj poda navodila, (včasih) tudi korake reševanja, (včasih) sam demonstrira, kako je treba rešiti probleme, skrbno spremlja delo, učencem daje natančne informacije, v kolikšni meri so se približali rešitvi. V nasprotju s procesnodidaktičnim pristopom, pri katerem učitelj zastavlja vprašanja tudi odprto, kot izzive za raziskovanje, je pri transmisijem pristopu poudarek na reševanju tipskih nalog, uporabi pravil in zakonov.

Pri transmisijem pristopu so učenci osredotočeni na učenje formul in postopkov, na učenje matematičnih dejstev in algoritmov, pomemben je končni cilj – rezultat. V ospredju je razmišljanje, kako rešiti določen tip problema, kateri postopek uporabiti, manj pozornosti pa je namenjeno utemeljevanju, preverjanju rešitev, refleksiji rezultatov. Procesnodidaktični pristop pa spodbuja, da učenci samostojno (ali ob delni pomoči in spodbudah učitelja) oblikujejo raziskovalna vprašanja, individualno, v parih ali skupinah, iščejo strategije za reševanje problema, reševanje nalog ne poteka po vnaprej naučenih ali znanih postopkih.

Kljub vsemu je potrebno poudariti, da je tudi pristop, ki ima veliko elementov transmisije, lahko za nekatere učence povsem sprejemljiv, vendar so na tej starostni stopnji znanje zgolj po deduktivni poti, brez neposredne izkušnje, sposobni usvajati le zelo redki. V tej točki pa trčimo na zavedanje učitelja, da upošteva različne stile spoznavanja, učenja in poučevanja.

Uporaba procesnodidaktičnega pristopa pri obravnavi merjenja v 4. razredu osnovne šole pri pouku matematike

Izhajajoč iz navedenega, smo opisani procesnodidaktični pristop preverili pri pouku matematike med obravnavo vsebinskega sklopa merjenje v 4. razredu osnovne šole. Pri oblikovanju pojma merjenje količine se pri učencih izgrajujejo naslednja spoznanja (Markovac, 1990):

- Merjenje kot postopek **primerjanja** dveh istovrstnih količin: dolžine z dolžino, ploščine s ploščino, prostornine s prostornino idr.
- Merjenje kot postopek, pri katerem se merjeni količini pridružuje **mersko število**, ki pove, kolikokrat se enota (relativna, nestandardna in standardna) nahaja v količini, ki jo merimo.
- Uvid v dejstvo, da se isti količini (dolžini, masi, ploščini ...) lahko pridružujejo **različna merska števila**, če merimo z **različnimi enotami**: določeni dolžini se pridružuje število 4, če merimo s standardno enoto meter, število 40, če merimo s standardno enoto decimeter, število 400, če merimo s standardno enoto centimeter.
- Pomen **standardnih enot** za dolžino (*mm, cm, dm, m, km*), za ploščino (*mm², cm², dm², m², ar, ha, km²*), za prostornino (*dl, l, hl*), za maso (*g, dag, kg, t*).
- Postopek **pretvarjanja** večjih standardnih enot v manjše in obratno.
- Izkušnje s praktičnim merjenjem in uporabo znanja o merjenju pri reševanju vsakdanjih življenjskih nalog.

Da otrok usvoji in razume zakonitosti merjenja, je nujno, da ga v svet merjenja vpeljemo že na začetku šolanja in pri tem postopoma sledimo štirim metodičnim korakom (Cotič, 1998):

1. primerjanje količin (dolžin, ploščin, mas, prostornin ...),
2. merjenje z relativno enoto (najpogosteje merjenje količin z deli telesa),
3. merjenje s konstantno nestandardno enoto,
4. merjenje s standardno enoto.

Vpeljavo merjenja količin bomo ilustrirali na primeru vpeljave merjenja dolžine.

1. Primerjanje dolžin

Začnemo z opazovanjem konkretnih predmetov v učilnici ter izven učilnice. Pri tem vpeljemo osnovne besede, kot so: dolgo, kratko, tanko, debelo, visoko, nizko, ozko, široko ... Primerjanje različnih dolžin nas pripelje do odnosov, kot so: nižje kot, višje kot, daljše kot, krajše kot, enako dolgo kot, višje kot ... Tu otroci izvajajo najrazličnejše aktivnosti, pri katerih spoznavajo drug drugega (kateri učenec je najvišji/najnižji, kateri učenec ima najdaljše/najkrajše stopalo ...).

2. Merjenje z relativno enoto

Ostanemo pri dejavnostih, ki so osredotočene na otrokovo telo in na predmete v učilnici. Dolžine merimo s koraki, dlanmi, prsti, stopali ... Lahko začnemo tako, da dolžino učilnice izmerimo s koraki. Pred meritvijo učenci s prostim očesom ocenijo, koliko korakov določenega posameznika je dolga učilnica. Merita na primer najvišji in najnižji otrok v razredu, nato pa dolžino učilnice izmeri še učitelj sam. Dobljene rezultate zberejo v preglednici in prikažejo s stolpci.

Meril(a) je	Ocenjena dolžina	Merjena dolžina
Tina	10	9
Jan	9	10
Učitelj	11	8

Preglednica 1: S koraki smo merili dolžino učilnice

Sedaj je potrebno dobljene rezultate analizirati, da učenci uzavestijo glavne elemente procesa merjenja. Tako kot pri prvem metodičnem koraku so tudi v tem primeru primerjali dve dolžini: tisto, ki so jo merili (dolžina učilnice), in tisto, s katero so merili (dolžina koraka). Mersko število so pripisali k enoti (koraku) zato, da vedo, kolikokrat se manjša dolžina (korak) nahaja v dolžini, ki smo jo merili (dolžina učilnice). Po treh merjenjih učilnice z različno dolgimi koraki ugotovijo, da so dobili pri isti dolžini učilnice različna merska števila (na primer 9, 10, 8). To pomeni, da se k dolžini (učilnice) lahko pridružujejo različna števila, če merimo z različnimi enotami. Na podlagi teh rezultatov se ne moremo sporazumeti, kolikšna je prava dolžina učilnice, saj smo v prvem primeru dobili 9, v drugem 10, v tretjem pa 8 korakov. Zato učitelj spodbudi otroke, da poiščejo enoto, pri kateri bodo vsi dobili enake rezultate.

3. Merjenje z nestandardno konstantno enoto

Učitelj in učenci se dogovorijo, da bodo vsi izmerili dolžino učilnice z enako dolgimi palicami (trakovi). Pogovorijo se tudi o tem, kako merimo (kako polagamo palice, trak). Na začetku merijo tako, da palice nanašajo drugo za drugo, da dobijo učenci bolj nazorno predstavo o tem, koliko palic potrebujemo, da izmerimo učilnico. Šele kasneje uporabijo samo eno palico in s kredo označujejo konec oziroma začetek naslednje palice. Še prej seveda ocenijo dolžino s prostim očesom. Podatke vseh meritev zberejo v preglednico in jih prikažejo s stolpci. Rezultate znova analizirajo in ugotovijo, da se je pri merjenju dolžine učilnice vedno pridruževalo isto mersko število (na primer 7, 7, 7), ker so vsi merili z enako mersko enoto (s palico).

Meril(a) je	Ocenjena dolžina	Merjena dolžina
Tina	7	7
Jan	6	7
Učitelj	6	7

Preglednica 2: S palico smo merili dolžino učilnice

Učencem nato učitelj postavi vprašanje: »Ali bi nekdo, ki ne pozna dolžine palice, s katero smo merili, iz rezultatov v preglednici lahko vedel, kolikšna je dolžina učilnice?« Učenci spoznajo, da nekdo, ki ne pozna palice, s katero so merili dolžino učilnice, ne bo vedel, kolikšna je dolžina učilnice. In prav zato, da bi se ljudje spoznamo o dolžinah, potrebujemo standardno enoto.

4. Merjenje s standardno enoto

Učitelj učencem pokaže palico, ki je dolga 1 m. Sledi merjenje dolžine z modelom metra. Učenci v tem primeru primerjajo dolžino učilnice z dolžino 1 m. Tudi tu ne pozabimo na oceno. Z merskim številom povejo, kolikokrat se dolžina 1 m nahaja v dolžini učilnice. Seveda dobijo vsi enaka merska števila (na primer 8, 8, 8). Podatke vseh meritev zberejo v preglednico in jih prikažejo s stolpci.

Meril(a) je	Ocenjena dolžina	Merjena dolžina
Tina	7	8
Jan	6	8
Učitelj	6	8

Preglednica 3: Z metrom smo merili dolžino učilnice

Ker je meter standardna enota (uporabljajo jo po vsem svetu), bodo »vsi« vedeli, kolikšna je dolžina učilnice, čeprav niso poznali učilnice niti postopka merjenja. Otroci tako spoznajo, da je prav v tem prednost poznavanja standardnih enot.

Z učenci se pogovorimo tudi o situacijah, ko rezultati meritev niso naravna števila. Dogovorimo se, da v tem primeru vrednosti zaokrožimo, in sicer navzdol, če je zadnji rezultat meritve manjši od polovice enote, in navzgor, če je večji kot polovica enote, s katero merimo. Smiselno je, da take situacije izkoristimo za vpeljavo manjših enot. Poskusimo izmeriti z metrsko palico dolžino, ki je manjša od 1 m. Ugotovimo, da za merjenje potrebujemo manjše enote. Zato vpeljemo še decimeter, centimeter in milimeter.

Na analogen način vpeljemo tudi merjenje drugih količin, na primer merjenje plosčine. Otroci najprej primerjajo ploskve med seboj. Najbolje je, da začnemo s primerjanjem enakih vrst likov (npr. pravokotnikov), tako da lahko učenci še s prostim očesom ali prekrivanjem ugotovijo, kateri ima večjo, kateri manjšo ploščino. Nadaljujemo z merjenjem z relativno enoto. Podobno kot pri merjenju dolžine najprej merimo (prekrivamo) z deli telesa: s telesom samim, dlanmi, prsti, stopali. Ugotovimo, zakaj so dobljeni rezultati različni. Izkušnje pri merjenju dolžin bodo otrokom v pomoč in problem bodo znali analogno rešiti. Nato merimo z nestandardnimi konstantnimi enotami (npr. enako velikimi pravokotniki). Vse to se zdi pametno in dovolj, dokler ne želijo opisati velikosti ploščine nekemu, ki postopka merjenja ni videl. To nas spet privede do standardne enote.

Problem in cilji raziskave

Sodobno poučevanje matematike poudarja predvsem razumevanje matematičnih pojmov ter uporabo znanja. To naj bi se odražalo tudi v procesu učenja in poučevanja ter matematičnega pouka. V raziskavi tako želimo ugotoviti, v kolikšni meri pristopi učenja in poučevanja, ki so osredinjeni na učenca, povečujejo kakovost znanja učencev.

Z namenom, da bi pri učencih dosegli kakovostno znanje o merjenju, smo pri pouku uporabili procesnodidaktični pristop učenja in poučevanja (Žakelj, 2004), ki smo ga preverili z vidika učinka na kakovost in vrsto znanja pri vsebini merjenje v 4. razredu osnovne šole.

Metodologija

Skupino, v kateri smo uvedli eksperimentalni faktor (procesnodidaktični pristop), smo imenovali eksperimentalna skupina; skupino, v kateri so učitelji poučevali na tradicionalen način (transmisijski pristop), pa kontrolna skupina.

Raziskovalne hipoteze

H1: Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala naloge iz merjenja, ki preverjajo osnovna in konceptualna znanja.

H2: Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala naloge iz merjenja, ki preverjajo rutinska proceduralna znanja.

H3: Eksperimentalna skupina bo uspešneje kot kontrolna skupina reševala naloge iz merjenja, ki preverjajo kompleksna proceduralna znanja.

H4: Eksperimentalna skupina bo uspešnejše kot kontrolna skupina reševala naloge iz merjenja, ki preverjajo problemska znanja.

Raziskovalna metodologija

V raziskavi je v okviru empiričnega raziskovalnega pristopa uporabljen *pedagoški eksperiment*, ker je primeren pri proučevanju novosti, ki jih vnašamo v pouk matematike. Torej je v naši raziskavi uporabljena *eksperimentalna metoda*.

Pristop eksperimenta

Načrtovali smo *enofaktorski pristop* eksperimenta s šolskimi oddelki kot primerjalnimi skupinami z *dvema modalitetama*. Za primerjalne skupine smo vzeli obstoječe oddelke četrtega razreda v različnih osnovnih šolah.

Skupino, v kateri smo uvedli eksperimentalni faktor, smo imenovali eksperimentalna skupina; skupino, v kateri so učitelji poučevali na tradicionalen način, pa kontrolna skupina.

Vzorec eksperimenta

V raziskavo je bilo vključenih 137 učencev četrtega razreda iz slovenskih osnovnih šol. Učenci so bili razdeljeni v 2 skupini: v eksperimentalno in kontrolno skupino.

V eksperimentalno skupino (ES) je bilo vključenih 67 učencev, v kontrolno skupino (KS) pa 70 učencev.

Spremenljivke

Ime spremenljivke – končni test	Opis spremenljivk
MER 1	Dosežki učencev pri reševanju nalog iz merjenja, ki so preverjala osnovna in konceptualna znanja.
MER 2a	Dosežki učencev pri reševanju nalog iz merjenja, ki so preverjala rutinska proceduralna znanja.
MER 2b	Dosežki učencev pri reševanju nalog iz merjenja, ki so preverjala kompleksna proceduralna znanja.
MER 3	Dosežki učencev pri reševanju nalog iz merjenja, ki so preverjala problemska znanja.

Preglednica 4: Spremenljivke končnega testa znanja

Potek raziskave in zbiranje podatkov

Raziskava je potekala tri mesece v šolskem letu 2009/10 in je imela štiri faze.

1. faza	Formiranje eksperimentalne in kontrolne skupine. Pripravljanje učiteljev iz eksperimentalne skupine na eksperiment.
2. faza	Testiranje izhodiščnega znanja pred uvedbo eksperimentalnega faktorja v oddelkih četrtega razreda osnovnih šol v ES in KS.
3. faza	Vpeljava eksperimentalnega dejavnika v eksperimentalno skupino.
4. faza	Testiranje znanja ob koncu eksperimenta v ES in KS.

Preglednica 5: Prikaz poteka raziskave

Testa znanja (začetni in končni) smo za namen raziskave izdelali sami in jima določili najvažnejše merske značilnosti: veljavnost, objektivnost, zanesljivost in občutljivost.

Začetni in končni test sta vsebovala po 10 nalog iz merjenja. Naloge so preverjale ocenjevanje, primerjanje in merjenje količin (dolžina, masa, čas in denar), izbiro merilnega instrumenta, razumevanje in uporabo standardnih in nestandardnih enot, pretvarjanje količin, seštevanje in odštevanje denarnih vrednosti ob primerih iz vsakdanjega življenja.

V raziskavi je bila uporabljena taksonomija, ki izhaja iz Gagnejeve taksonomije (1985). Taksonomske ravni, ki smo jih uporabili v tej raziskavi, sta podrobno opisali avtorici Cotič in Žakelj (2004).

Upoštevali smo štiri taksonomske ravni: *konceptualno*, *rutinsko proceduralno*, *kompleksno proceduralno* in *problemsko* raven. *Konceptualna raven* se nanaša na zmožnost, da pri razmišljanju uporabljamo pojme, njihove definicije, povezave med pojmi in različne predstavitve pojmov. *Rutinska proceduralna raven* predstavlja zmožnost izvajanja (preprostih, nesestavljenih) postopkov, poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur, pravil, obrazcev. *Kompleksna proceduralna raven* se nanaša na zmožnost zaporednega povezovanja (matematičnih) postopkov, izvedbo kompleksnih postopkov ter zmožnost izbire, preverjanja in utemeljevanja pravilnosti postopkov. *Problemska raven* pa se nanaša na zmožnost povezovanja in uporabe konceptualnega in proceduralnega znanja v novih situacijah, torej na zmožnost prepoznavanja in formuliranja problemov, obravnavo zadostnosti in konsistentnosti podatkov, uporabo strategij, kritično presojo smiselnosti in ustreznosti rešitve.

Obdelava podatkov

Statistična obdelava podatkov je bila izvedena s pomočjo statističnega programskega paketa SPSS 16. Na začetku in koncu eksperimenta je bila s frekvenčno analizo izdelana deskriptivna statistika. Za ugotavljanje razlik v znanju matematične vsebine merjenje na vseh ravneh znanja med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in koncu eksperimenta smo uporabili Levenov test homogenosti varianc (F) in t-preizkus.

Rezultati in interpretacija

Pri preizkusu hipotez smo se ravnali po pravilu, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipoteze 5-odstotna napaka.

Na osnovi analize variance, t-vrednosti in njihove statistične pomembnosti smo ugotovili, da so razlike v dosežkih učencev eksperimentalne in kontrolne skupine na začetnem testu statistično nepomembne. V preliminarnem testu pa smo v kontrolni skupini beležili nekoliko večje standardne odklone kot v eksperimentalni skupini.

Hipoteze raziskave, da imajo učenci, ki se učijo vsebin iz merjenja po procesno-didaktičnem pristopu, v primerjavi z vrstniki, ki so deležni predvsem transmisijskega pristopa, bolj kakovostno znanje, so se potrdile. Če primerjamo razlike v aritmetičnih sredinah vseh spremenljivk med ES in KS (preglednica 6), ugotovimo, da je bila ES uspešnejša pri vseh taksonomskih stopnjah.

Test	Skupina	n	Dosežki v %	Aritmetična sredina	Standardni odklon	Min	Max
	ES	67	90,67	5,44	0,567	4,00	6,00
MER 1	KS	70	85,50	5,13	0,889	2,33	6,00
	ES	67	93,50	1,87	0,255	0,67	2,00
MER 2a	KS	70	89,50	1,79	0,417	0,00	2,00
	ES	67	63,50	1,27	0,530	0,40	2,00
MER 2b	KS	70	54,00	1,08	0,601	0,00	2,00
	ES	67	59,00	1,18	0,698	0,00	2,00
MER 3	KS	70	45,00	0,90	0,817	0,00	2,00

Preglednica 6: Osnovne statistične ocene pri nalogah, ki so merile znanje reševanja nalog iz merjenja na vseh štirih taksonomskih ravneh

Z Levenovim testom homogenosti varianc (F) in t-preizkusom smo preverili, v katerih spremenljivkah sta se skupini na koncu eksperimenta statistično pomembno razlikovali (preglednica 7).

	Levenov test homogenosti varianc		t-preizkus	
	F	p	t	p
MER 1	1,850	0,176	2,157	0,033
MER 2a	6,923	0,010	1,196*	0,234
MER 2b	0,718	0,398	2,219	0,028
MER 3	4,455	0,037	2,129*	0,035

* Uporabljena je bila Cochran-Coxova aproksimativna metoda t-testa.

Preglednica 7: Prikaz razlik v znanju reševanja matematičnih nalog po taksonomskih stopnjah ES in KS na končnem testu znanja

Analizirajmo rezultate še nekoliko natančneje. Iz preglednice 7 je razvidno, da so učenci eksperimentalne skupine statistično pomembno bolje od učencev kontrolne skupine reševali naloge, ki preverjajo poznavanje in razumevanje pojmov, ter statistično pomembno boljše reševali kompleksne proceduralne ter problemske naloge. Ko govorimo o taksonomskih ravneh matematičnega znanja oz. o vrstah znanja, je potrebno poudariti, da so za učinkovito uporabo znanja v novih situacijah potrebna tako proceduralna kot tudi konceptualna in problemska znanja. Težko bi govorili o reševanju problemskih nalog brez razumevanja pojmov in obvladovanja procedur, v vsakem primeru pa so pojmi oz. razumevanje pojmov temeljni gradniki znanja.

Kako si razlagamo rezultate? Pri učenju novih matematičnih pojmov (Rugelj, 1996) je zelo pomembno, kakšno je predznanje učencev, kako učitelj posreduje nove pojme, kako spodbuja procese, ki nastopajo pri matematičnem mišljenju. Opisani in uporabljeni pristop učenja in poučevanja, ki smo ga uporabili v raziskavi, vključuje premišljeno izbrane dejavnosti za razvoj razumevanja pojmov ter uporabo znanja in poteka izkustveno – učenci raziskujejo zakaj, kako in kaj meriti. Pri tem pridobivajo konkretne izkušnje s postopki merjenja, razmišljajo o pomenu nestandardne enote, na konkretnih primerih spoznajo smiselnost uvedbe standardne enote, opisujejo uporabo standardnih merskih enot, glede na situacije izbirajo merilne instrumente, zapisujejo meritve, razvijajo predstavo o velikosti enot, razvrščajo, primerjajo in ocenjujejo rezultate, pridobljene z merjenjem, ter jih v zadnji fazi obdelajo z orodji za obdelavo podatkov. Skozi dejavnosti lahko doživijo, da merjenje z nestandardno enoto ne more biti vedno učinkovito, *uvidijo smisel po učenju*

novih pojmov, v tem primeru standardnih enot. To so situacije, ko lahko rečemo, da se učenci učijo z razumevanjem. Učenje z razumevanjem pa povečuje trajnost in uporabnost znanja, kar so pokazali tudi rezultati raziskave.

Sklep

Lahko sklenemo, da so učenci, ki so se učili vsebin iz merjenja po procesnodidaktičnem pristopu učenja in poučevanja, dosegli bolj kakovostno znanje v primerjavi z vrstniki, ki so bili deležni predvsem transmissijskega pristopa. Učenci so po opisanem pristopu gradili znanje, izhajajoč iz konkretnih dejavnosti, v povezavi z miselnimi procesi, ki so nujni za razumevanje pojmov, v našem primeru merjenja. Pri usvajanju matematičnih vsebin so bile dejavnosti usmerjene v različne kognitivne ravni znanja, hkrati pa so učenci matematiko doživljali kot izziv in občutek uspeha (Cotič in Zuljan, 2009). S takim pristopom smo dosegli, da učenje ni bilo zgolj formalistično učenje pojmov in postopkov, odmaknjeno od realnih situacij, temveč blizu otrokovemu načinu razmišljanja in dojemanja. To so prednosti, ki učitelju omogočajo stvarnejšo sliko usvojenih matematičnih znanj pri posameznem učencu, na primer, kako se odziva pri reševanju oziroma raziskovanju določenega problema; na kakšen način uporablja svoje matematično znanje in kako ga preoblikuje glede na nove izkušnje ali na novo pridobljeno znanje; kako in kaj zmore ubesediti v odnosu z učiteljem in učenci v skupini (Cotič, 2010).

Potrebno je poudariti, da je kakovosten pouk matematike eden izmed najpomembnejših dejavnikov, ki vplivajo na otrokove dosežke oziroma znanje pri matematiki. Če želimo imeti dober pouk, moramo kakovostno izobraziti in doizobraževati učitelja. Tudi za profesorja razrednega pouka ali matematike, ki bo pri učencu uspešno razvijal matematično znanje in pismenost, je nujno, da najprej sam razume matematiko, pri čemer ni mišljena le sposobnost ravnanja z vsebinami matematike. Globlje mora razumeti koncepte in procese ter le-te logično razložiti z uporabo ustreznega matematičnega jezika in primerov.

Zmožnost (bodočega) učitelja, da poišče več reprezentacij posameznega pojma ali vsebine ter da uvidi in nazorno pokaže povezave med različnimi matematičnimi predstavami ali zamislimi, je tesno povezana z učiteljevo samozavestjo oziroma zaupanjem v lastno znanje matematike. Pozitivne izkušnje z matematiko skupaj z ustreznim zaupanjem v lastno znanje ugodno vplivajo tako na uspešne predstavitve matematičnih vsebin na nastopih, ki jih imajo bodoči učitelji razrednega pouka in matematike, kot tudi na kakovostno poučevanje matematike. Tudi bodoči profesor razrednega pouka bi torej moral imeti v okviru študija najprej možnost razumeti matematiko in se še le nato usmeriti v didaktiko matematike. Mnogi študenti imajo namreč zakoreninjena taka prepričanja o matematiki in o učenju, s katerimi bi zelo težko uspešno poučevali matematiko (Beswick, 2005).

LITERATURA

- Beswick, K. (2005). Preservice teachers' understandings of relational and instrumental understanding. V H. L. Chick in J. L. Vincent (ur.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2 (str. 161–168). Melbourne, PME.
- Cotič, M. (1998). Merjenje na začetku osnovne šole. *Matematika v šoli*, 5 (1–2), 11–16.
- Cotič, M. (2010). Vrednotenje matematičnega znanja in objektivnost učiteljeve ocene. *Pedagoška obzorja*, 25 (1), 39–54.
- Cotič, M. in Valenčič Zuljan, M. (2009). Problem-based instruction in mathematics and its impact on the cognitive results of the students and on affective-motivational aspects. *Educational studies*, 35 (3), 297–310.
- Cotič, M. in Žakelj, A. (2004). Gagnejeva taksonomija pri preverjanju in ocenjevanju matematičnega znanja. *Sodobna pedagogika*, 55 (1), 182–192.
- Douglas, A. in Grouws, B. (1992). *Handbook of research on mathematics and learning. A project of the national Council of Teachers of Mathematics*. New York: Macmillian publishing company.
- Gagne, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Hodnik Čadež, T. (2001). *Vloga različnih reprezentacij računskih algoritmov na razredni stopnji*. Doktorska disertacija, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.
- Hodnik Čadež, T. (2003). Pomen pristopa reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov. *Didactica Slovenica*, 18 (1), 3–22.
- Ivanuš Grmek, M., Čagran, B. in Sadek, L. (2009). *Eksperimentalna študija primera pri pouku spoznavanja okolja. 1. natis*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Labinowicz, E. (1989). *Izvirni Piaget*. Ljubljana: DZS.
- Marentič Požarnik, B. (2000). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.
- Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Nacionalno preverjanje znanja*. (2008). Letno poročilo o izvedbi v šolskem letu 2007/2008. Ljubljana: Državni izpitni center.
- Novak, B. (2003). Odnos med učenjem in poukom v osnovni šoli z vidika transformacijske paradigme. V B. Marentič Požarnik (ur.). *Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev. Povzetki prispevkov*. Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete in Slovensko društvo pedagogov.
- Rugelj, M. (1996). *Konstrukcija novih matematičnih pojmov*. Doktorska disertacija, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.
- Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. First published in *Mathematics Teaching*, 77, 20–26. Pridobljeno 16. 6. 2011, s <http://www.blog.republicofmath.com/archives/654>.
- Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vigotsky, L. (1983). *Mišljenje i govor*. Beograd: Biblioteka Sazvežda.
- Žakelj, A. (2004). *Procesno-didaktični pristop in razumevanje pojmovnih predstav v osnovni šoli*. Doktorska disertacija, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.