

*Dr. Alenka Lipovec*

*Maja Štukl*

## **Uporaba tangrama pri pouku matematike na razredni stopnji**

Kratki znanstveni članek

UDK 373.3:514

### **POVZETEK**

Reševanje tangram sestavljanke je aktivnost sestavljanja oblik in sodi na ničto stopnjo razvoja geometrijskih pojmov po teoriji Van Hieleja. Fokus prispevka je uporaba sedemdelnega tangrama s fotografskim ozadjem v šolski situaciji. Empirični podatki, pridobljeni s polstrukturiranim intervjujem na vzorcu 10 učiteljev, kažejo, da učitelji slabo poznajo uporabo tangrama v šolske namene. Predlagani intervencijski materiali so bili evalvirani skozi pedagoški eksperiment na vzorcu 31 učencev 2. in 5. razreda. Fotografija kot ozadje tangram sestavljanke je predstavljala kontekst danega problema. Raziskovali smo, kako fotografija v ozadju vpliva na uspešnost reševanja ter na motivacijo. Izkazalo se je, da je fotografija kot kontekst lahko vir motivacije tudi v drugem triletju osnovne šole, ki pozitivno vpliva na uspešnost reševanja.

**Ključne besede:** tangram, geometrija, ponazorilo, pouk matematike, razredna stopnja

## **The tangram in lower primary mathematics**

### **ABSTRACT**

The tangram puzzle is a shape composing activity that is appropriate for the 0-level of the Van Hiele geometrical thinking development theory. The focus of this article is the applicability of the seven-piece tangram with photography back-

ground in a school setting. The empirical data, collected using a semi-structured interview on a sample of 10 teachers, shows that teachers' knowledge concerning the effectiveness of the tangram is weak. The materials were evaluated through pedagogical experimentation and included 31 students in two classes (2nd and 5th). The contextualized environment was reinforced via photography as the underlying context of the tangram puzzle. The materials enhanced motivation even in the higher grades of lower primary education and positively influenced the students' solving capabilities.

**Key words:** tangram, geometry, manipulator, mathematics education, primary level

## Uvod

Razvoje geometrijskih pojmov sta natančneje preučevala nizozemska raziskovalca Dina in Pierre van Hiele, ki sta zastavila petstopenjsko hierarhijo razumevanja prostorskih idej. Razlika med stopnjami (slika 1) je v objektu misli, tj. o kakšnih objektih smo sposobni razmišljati. Premikati se med stopnjami, pomeni, izkusiti geometrijsko mišljenje, primerno neki stopnji, ter v svojem lastnem mišljenju ustvariti tip objektov oz. relacije, ki so osredotočene na objekt misli naslednje stopnje. Stopnje niso odvisne od starosti v smislu razvojnih stadijev po Piagetu. Nekateri učenci ali odrasli lahko vedno ostanejo na stopnji 0, mnogo jih stopnje 2 nikoli ne doseže. Kljub temu je starost do neke mere povezana z geometrijskimi izkušnjami, ki jih imamo in ki so pomemben dejavnik prehoda med stopnjami. Zato lahko zelo v grobem opišemo tudi starost učencev določene stopnje. Učenci prvega triletja so običajno na ničti stopnji, poimenovani vizualizacija. Njihov objekt misli so oblike in njihove značilnosti, ki jih dojemajo na celosten način. Videz oblike vedno prevlada nad njeno značilnostjo (npr. kvadrat, ki nima stranic v vodoravnem položaju, ni več kvadrat). Med primerne aktivnosti na stopnji vizualizacije sodi tudi razstavljanje in sestavljanje oblik, kar je osnova ponazorila tangram (Šuc, 1996), kjer sestavljamo oblike iz vnaprej danih sedmih likov. Tangram se vsebinsko razlikuje od klasičnih sestavljanek, kjer se deli sestavljajo tako, da skupaj tvorijo vnaprej predpisano sliko. Za sestavitev druge slike moramo namreč vzeti druge dele, predpisane za to sliko. Pri tangramu sestavljamo z vedno istimi sedmimi liki (slika 2). Obstajajo tudi ponostavljene verzije tangrama z manjšim številom likov, ki so predlagane kot lažje in torej primernejše za mlajše otroke. V tem prispevku se ne bomo ukvarjali s ponostavljenimi tangrami niti ne z različnimi variacijami tangrama. Osredotočili se bomo na klasični sedemdelni tangramski set, s pomočjo katerega lahko sestavljamo vnaprej podane oblike (slika 1).

Tangram je v svetu zelo razširjen in pri pouku matematike skoraj »zapovedan« (prim. Van de Walle, 2007). Pozitiven vpliv tangrama na učenje geometrijskih konceptov je raziskovan celo v virtualnih okoljih (npr. Scarlatos, 2006). Kljub temu

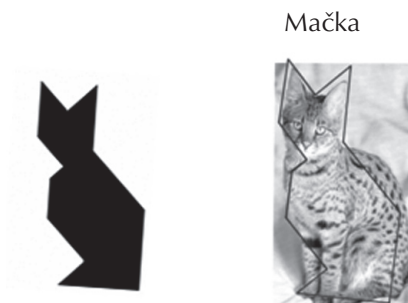


*Slika 1:* Tangramske oblike v primarnem kvadratu, oblika zajčka, ki jo je potrebno sestaviti, in predlog rešitve.

da najdemo zanimive prilagoditve pripomočka mlajšim otrokom, kot so npr. magnetni tangram, izjemno velik tangram, piškoti v obliki tangrama itd., pa najdemo relativno malo didaktično obdelanega gradiva, ki upošteva razvojne posebnosti mlajših otrok. Omenimo raziskavo *Round the Rug Math: Adventures in Problem Solving*, ki jo je izvedla ameriška raziskovalka Beth Casey z ekipo in znotraj katere je na vzorcu več kot 200 vrtčevskih otrok ugotovila pozitiven vpliv tangrama, kombiniranega z verbalnim pripovedovanjem zgodb (Casey, Erkut, Ceder in Mercer Young, 2008). V njihovi intervenciji babica Wei Lung pripoveduje znano anekdoto o nastanku tangrama. Govori o Tanu, dečku, ki je živel v starodavni Kitajski in je izdelal mizo za cesarja. Miza se je zlomila in otroci raziskujejo, kako jo znova popraviti. Skozi zgodbo učenci preiskujejo mnoge tangramske probleme.

Ubeseditev problema skozi zgodbo je verjetno najbolj naravna oblika kontekstualizacije. Kontekst razumemo kot okolje, ki omogoča, da v nekem trenutku znaku, simbolu, besedi ali problemu pripišemo ustrezen pomen (Bezgovšek, 2009). V matematičnih situacijah kontekstualizacija simbolnega zapisa računa v učencu bližji kontekstualizirani obliki (Cordova in Lepper, 1996) pozitivno vpliva na notranjo motivacijo učencev. Bralec, ki se je preizkušal v reševanju tangram sestavljanke, je morda začutil, da lahko reševalec po nekaj neuspešnih poskusih izgubi motivacijo. Motivacijo opredelimo kot proces spodbujanja in vzdrževanja k danemu cilju usmerjenega ravnanja (Schunk in Zimmerman, 1994). Pierce in Stacey (2006) ugotavljata, da srednješolski učitelji matematike večkrat motivacijsko uporabljajo prijetne stimulacije čutov, ki v splošnem niso kognitivni in so za matematični problem, ki ga rešujemo, pravzaprav obrobni. Kot primer navajata fotografije realnih okolij (polja, McDonald's znaka ...) kot ozadja parabole.

Naš pristop kombinira fotografijo kot ozadje in fotografijo kot kontekst. Običajen tangram problem smo navezali na vizualen kontekst. Če torej shematizirana oblika tangrama predstavlja čapljo ali mačko, je v ozadje vnesena ustrezna fotografija (slika 2).



*Slika 2:* Klasičen tangram v primerjavi s shematizirano obliko tangrama

V prispevku poskušamo odgovoriti na dvojje vprašanj. Najprej nas zanima, ali so učitelji s tangramom kot geometrijskim manipulatorjem seznanjeni. V nadaljevanju pa raziskujemo tudi, ali, in če da, kako, vpliva fotografija kot kontekstualizacijsko ozadje na motivacijo in uspešnost reševanja tangram problemov. Dodatno nas je zanimalo, ali so razlike med učenci 2. in 5. razredov. Namen prispevka je najprej, predstaviti stanje, tj. seznanjenost učiteljev in morebitno uporabo tangrama v šoli, in nato opisati in evalvirati gradiva, ki razvijajo geometrijske predstave mlajših učencev skozi konkretno dejavnost, vezano na tangram probleme, ki so podkrepljeni s kontekstualnim ozadjem fotografije.

## Metodologija

Raziskavo smo izvedli v osnovni šoli v okviru pedagoškega eksperimenta z učenci in s polstrukturiranim vodenim intervjujem z učitelji razredne stopnje. Uporabljali smo kombinirano kvantitativno in kvalitativno metodologijo. Raziskovali smo na neslučajnostnem, priložnostnem vzorcu 31 učencev in 10 učiteljic razredne stopnje. Učitelji so prihajali s treh različnih osnovnih šol v okolici Maribora in so imeli zelo različne izkušnje s poučevanjem. Na eni izmed omenjenih šol je bil tudi izveden eksperiment. Učencev drugega razreda je bilo 12, učencev petega razreda 19. Polovica učencev vsakega razreda je reševala naloge, kjer je bil vpleten kontekst fotografije, polovica pa običajne tangram naloge. Osnovna vira podatkov so opazovalni listi za učence in prepisi posnetih intervjujev učiteljev, ki so bili za potrebe raziskave prevedeni v t. i. gosti zapis (prim. Javornik Krečič, 2006). Intervju za učitelje je obsegal vprašanja o objektivnih dejstvih (spol, starost učencev, delovna doba učitelja) ter vprašanja o seznanjenosti in uporabi pripomočka tangram. Zaradi narave metode pa je imel učitelj možnost narativno predstaviti tudi svoj pogled na tangram ter njegovo uporabo v razredu. V intervjuju samem je bil predviden tudi opis tangrama, če ga učitelji niso poznali ali so se ga spominjali le bežno. V ogrevalni fazi smo se pogovarjali o učenju skozi igro in uporabi različnih

materialov v razredu. Spodbujali smo naracijo (pripovedovanje), da bi dobili čim kakovostnejše podatke. Nato smo preverili poznavanje tangrama po imenu. Ne glede na to, ali je učitelj trdil, da tangram pozna ali ne, je oseba, ki je intervju vodila, tangram pokazala v osnovni obliki (7 plastičnih enobarvnih ploščic). V nadaljevanju se je skozi pogovor razjasnilo, ali učitelj tangram zares pozna že od prej ali ga morda pozna pod drugim imenom ali pa ime tangram morda zamenjuje z drugim pripomočkom. V nadaljevanju so sledila vprašanja o morebitni uporabi v razredu ter področjih uporabe v splošnem in v specifično matematičnem okolju. Učitelje smo povprašali tudi po njihovem mnenju o primerni starosti otrok ter potencialni zanimivosti materiala. V tej točki smo učiteljem predstavili gradivo, ki je vključevalo fotografije v ozadju. V zaključku smo se pogovarjali o razlogih uporabe/neuporabe tangrama v njihovem razredu (podrobneje v Štukl, 2008).

Opazovalni list je bil pripravljen za namene raziskave, izpolnjevali so ga učitelji, ki učence dobro poznajo (razredničarka in učiteljica podaljšanega bivanja). Opazovalne lastnosti smo uporabili za merjenje motiviranosti učencev, tako tistih, ki so delali s fotografijami, kot tistih brez fotografij. Na štiristopenjski lestvici so glede na stopnjo strinjanja ovrednotili naslednje karakteristike: sproščenost, vedoželjnost, raziskovalno naravnost učenca, interakcijo učenca z učiteljem, interakcijo med učenci ter čas reševanja problema. Prve štiri karakteristike predstavljajo motivacijsko komponento, zadnja pa komponento uspešnosti reševanja. Sproščen učenec je bil po naši interpretaciji nasmejan, ni kazal strahu, z zanimanjem se je oziral po razredu ipd. Kot vedoželjnega smo označili učenca, ki želi vedno nove naloge, izzive, težje naloge. Raziskovalno naravn učenec pa je imel naslednje lastnosti: koščke tangrama obrača, sestavlja, razstavlja ipd. Učitelj, ki je bil v razredu prisoten kot opazovalec, je ocenjeval tudi interakcije posameznega učenca z učiteljem, sodelovanje s sošolci ter tudi čas reševanja pri izbranih učencih.

## Rezultati

Tangram je med učitelji dokaj poznan, kajti 70 % učiteljev je trdilo, da tangram poznajo. Žal smo v nadaljevanju pogovora ugotovili, da od sedmih učiteljev, ki so trdili, da pripomoček poznajo, trije tangram zamenjujejo z drugimi podobnimi pripomočki, kot npr. s ploščicami, kar pomeni, da tangram pozna približno polovica učiteljev. Od desetih učiteljev jih je pet že uporabilo tangram v razredu. Devet učiteljev od desetih se je strinjalo, da se začne tangram uporabljati že zelo zgodaj, celo v vrtcu. Večina tudi meni, da je mogoče aktivnosti prilagoditi, tako so primerne skorajda za vsak razred. Tipičen je odgovor učiteljice 3. razreda, ki tangram sestavljanjo pozna in komentira primerno starost.

»Uporaben je že v prvem razredu. Učenci prosto sestavljajo oblike. V bistvu bi ga ponudila že pred OŠ, kajti večkrat ko sestavljaš, bolj si utečen. Izdelovanje tangrama pa bi z učenci izvajala z izrezovanjem iz že natisnjene oblike in ne s prepegibanjem.«

Podobno meni tudi druga učiteljica, ki prav tako poučuje v 3. razredu, tangram razmeroma dobro pozna in ga je že uporabila.

»... s sposobnejšimi v okviru geometrijskih likov. Merili smo dele, najprej smo ocenili, nato pa like še pravilno izmerili.«

Predlaga, da bi ga uporabili

»... že za 1. razred, predvsem bi ponudila učencem, ki težje dojemajo snov.«

Za razliko od učiteljic, ki so s tangramom že delale, tiste, ki ga ne poznajo tako dobro, menijo, npr. da

»Za prvi razred bi bilo zelo težko. V primeru polaganja na rešitve bi mogoče bilo primerno.«

Posebej izstopa primer učiteljice 5. razreda, ki je tangram uporabljala kot ne-standardno enoto za ploščino, kar je tudi opisala kot odgovor na vprašanje Ali ste pri pouku že uporabili tangram?

»Da. Pri ploščini. Vsaka skupina dobi svojo zbirko likov, ki jih izrežejo, pobarvajo in iz tega naredijo samostojen lik. Na koncu sestavljajo še iz likov tangrama. Imam natisnjene tudi oblike različnih velikosti. Učenci samo izrežejo.«

Vsi so kot sklop matematike, kjer bi uporabili tangram, navedli geometrijo in merjenje. Ena izmed učiteljic pa je na vprašanje V katerem sklopu matematike bi uporabili tangram? dejala, da bi ga uporabljala tudi pri delih celote. Gre za učiteljico, ki je v času izvedbe intervjuja poučevala tretji razred. Ima osemnajst let delovne dobe. Tangram uporablja z otroki že od prvega razreda dalje. Na vprašanje, ali pozna polaganko tangram, je takoj odgovorila:

»Da. To je razrezan kvadrat, iz likov pa potem sestavljaš razne oblike.«

Mnogi učitelji so namreč tangram razumeli kot poljubno zbirko likov. Na vprašanje o tem, ali meni, da bi predstavljeno gradivo, ki vključuje fotografije, otroke motiviralo, pa je dejala:

»Da, radi se ukvarjajo s tem. Pametno bi bilo, če bi najprej pokazali samo obris ter jih povprašali, kaj si predstavljajo, in jim šele nato ponudili sliko. Menim, da če bi otrok zares začutil, da sta obris in slika nekako skladna, bi bil motiviran. V nasprotnem primeru pa bi ga lahko slika motila.«

Učitelji bi o tangramu uporabili tudi tuje gradivo (celo spletno), če bi le bili prepričani, da je kakovostno. Prav vsi bi se udeležili izobraževanja na to temo. Na vprašanja o primernosti različnih materialov so se odločali predvsem za les in plastiko ter podali kar nekaj predlogov, ki bi tangram oblike približale mlajšim otrokom (npr. držala ipd.).

Zanimive rezultate pa je podal tudi pedagoški eksperiment. Povprečje ocen sproščenost, vedoželjnost, raziskovalne naravnosti učenca, interakcije učenca z

učiteljem in interakcije med učenci, ki jih obravnavamo kot pokazatelj motiviranosti, jasno kaže, da je fotografija predstavljala dodaten motivirajoč faktor, saj so povprečne vrednosti ob prisotnosti fotografije povsod višje, čeprav razlika ni nikjer statistično pomembna.

	Foto- graf..	M	$\sigma$	$2\uparrow$	g	P	Raz- red	M	$\sigma$	$2\uparrow$	g	P
sproščenost	NE	3,754	0,112	0,111	1	0,739	2	3,672	0,142	1,267	1	0,260
	DA	3,801	0,107				5	3,841	0,086			
vedoželjnost	NE	3,442	0,182	2,793	2	0,247	2	3,672	0,225	15,094	2	0,001
	DA	3,673	0,126				5	3,474	0,118			
raziskovanje	NE	3,692	0,151	1,354	2	0,508	2	2,000	0,000	8,110	2	0,017
	DA	3,799	0,107				5	3,581	0,139			
interakcija z učiteljem	NE	1,884	0,239	4,842	3	0,063	2	2,000	0,246	1,554	3	0,670
	DA	2,412	0,214				5	2,210	0,224			
interakcija s sošolcem	NE	1,382	0,221	3,290	3	0,109	2	2,000	0,000	9,539	3	0,023
	DA	1,331	0,126				5	1,580	0,192			
Skupaj motivacija	NE	2,832	0,073	17,868	11	0,085	2	2,870	0,093	11,013	6	0,088
	DA	3,023	0,055				5	2,940	0,053			

*Tabela 1:* Prisotnost fotografije in vpliv starosti

Vpliv fotografije je bil v 2. razredu najmočnejši na področju vedoželjnosti. Vsi učenci, ki so uporabljali fotografije, so želeli sestaviti še več oblik. Zanimivo pa je, da je v nasprotju s pričakovanji fotografija predstavljala zelo močen motivacijski faktor tudi v petem in ne samo v drugem razredu, kot smo prvotno predvidevali. Razlike so celo statistično pomembne na področjih raziskovanja (v prid višjega razreda) in vedoželjnosti ter interakcije s sošolcem (v prid nižjega razreda). Za ugotavljanje statistične pomembnosti smo zaradi majhnega vzorca izbrali Kullbackov preizkus (likelihood ratio 2). To lahko pripisujemo dejstvu, da v petem razredu ni več veliko priložnosti za takšno na videz sprostitevno dejavnost.

Uspešnost reševanja tangram problema smo merili skozi čas, ki so ga učenci porabili za to reševanje. Vsem učencem, ki so reševali isti problem, smo izmerili čas do uspešne rešitve. Primerjava časa reševanja pokaže, da je bil tangram, ki je vključeval fotografijo v ozadju, rešen nekoliko hitreje.

	Oznaka tangrama	Fotografija	Čas reševanja
2. razred	1	DA	5,25
		NE	3,53
	2	DA	3,55
		NE	5,37
	3	DA	2,30
		NE	2,35
Skupaj 2. razred		DA	3,70
		NE	3,75
5. razred	4	DA	3,31
		NE	4,12
	5	DA	3,10
		NE	4,15
	6	DA	3,15
		NE	3,24
Skupaj 5. razred		DA	3,05
		NE	3,95
Skupaj		DA	2,90
		NE	3,54

## Diskusija

Učitelji se strinjajo z zanimivostjo in uporabnostjo predlaganega ponazorila. Žal so s tem pripomočkom izjemno slabo seznanjeni kljub komercialni razširjenosti pripomočka. Kaže pa, da uporabnost in lepoto tega pripomočka lahko začitimo šele po dolgotrajnejšem ukvarjanju z njim. Do takega zaključka so nas pripeljali intervjuji z učitelji, ki so sicer večinoma bili naklonjeni uporabi, a v zoženem vsebinskem obsegu. Le učiteljica, ki tangram v razredu uporablja že nekaj let, je začutila njegovo polno uporabnost. Med pogovorom so se vsi učitelji strinjali, da bi učence razne aktivnosti s tangramom zanimale. Učitelji, ki tangram imajo, ga uspešno uporabljajo na različnih področjih matematike, vendar primarno na področju razvoja geometrijskih pojmov, čemur je pripomoček tudi namenjen. Ostali učitelji so izpostavili primanjkljaj gradiv na tem področju. Kot edina ovira se torej hipotetično kaže jezik gradiv (običajno angleščina) oz. časovna ekonomičnost iskanja gradiv. Ker pa so učitelji trdili, da bi gradiva uporabili, četudi bi bila v tujem jeziku, če bi le



vedeli, da so kakovostna, se zdi dovolj, da se učiteljem na krajšem izobraževanju ali znotraj študijskih skupin predstavi nekaj primerov uporabe.

Rezultati kažejo, da fotografija kot kontekst ozadja vpliva pozitivno na motivacijo in na uspešnost reševanja. Rezultati so v skladu z raziskavami s tega področja, ki smo jih uspeli pridobiti v literaturi (Cordova in Lepper, 1996; Pierce in Stacey, 2006), vendar jih zaradi majhnega vzorca žal ne moremo posplošiti. Verjamemo pa, da gre za rezultate, ki o obravnavanem primeru vseeno govorijo na reprezentativen način. Podobno velja za rezultate, pridobljene s populacije učiteljev.

## Zaključek

Med izvajanjem pedagoškega eksperimenta smo imeli možnost, opazovati učence pri delu. Želeli bi poudariti, da si vsak, ki dobi v sestavljanje sedem koščkov tangrama, želi imeti malo miru. S tem se miselno poglobi v oblike. V našem primeru je bilo to dovolj, vse ostalo je opravila naravna želja otrok po raziskovanju. Zaključimo z odzivom, ki se je pokazal po končani uri v drugem razredu, ki je bila hkrati njihova zadnja. V razred so prišli tudi učenci, ki so reševali tangrame brez fotografij. Slike so si z zanimanjem pogledali ter vprašali, če smejo reševati naprej. Tako so učenci še dodatnih petinštirideset minut reševali oblike. Dlje kot so reševali, zahtevnejše naloge so želeli. Naloga učitelja na tem področju je preprosta – učencem mora le pripraviti situacijo, tj. koščke tangrama in dovolj časa.

## LITERATURA

Bezgovšek, H. (2009). *Kontekstualizacija pri pouku matematike v nižjih razredih osnovne šole*. Magistrsko delo, Maribor: Pedagoška fakulteta.

Casey, B., Erkut, S., Ceder, I. in Mercer Young, J. (2008). *Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten*. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29 (1), 2–48.

Cordova, D. I. in Lepper, M. R. (1996). *Intrinsic motivation and the process of learning: Beneficial effects of contextualization, personalization, and choice*. *Journal of Educational Psychology*, 88 (4), 715–730.

Javornik Krečič, M. (2006). *Učitelj profesionalni razvoj in njegov pomen za pouk v osnovni šoli in gimnaziji*. Doktorska disertacija, Maribor: Filozofska fakulteta.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginija.

Pierce, R. in Stacey, K. (2006). *Enhancing the image of mathematics by association with simple pleasures from real world contexts*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (3), 214–225.

Scarlatos, L. L. (2006). *TICLE: using multimedia multimodal guidance to enhance learning*. Information Sciences, 140, 85–103.

Schunk, D. H. in Zimmerman, B. J. (1994). *Self-regulation of learning and performance: issues and educational applications*. Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, New Jersey.

Šuc, L. (1996). *Tangram*. Ljubljana: Raquel it.

Štukl, M. (2008). *Uporaba tangrama na razredni stopnji*. Diplomsko delo, Maribor: Pedagoška fakulteta.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. Boston: Pearson cop.

Elektronski naslov: alenka.lipovec@uni-mb.si

maja.stukl@gmail.com

*Založniški odbor je prispevek prejel 26. 1. 2009.*

Recenzentski postopek je bil zaključen 22. 3. 2010.

---