ANαliZA

časopis za kritično misel

Letnik 1, številka 2, junij 1997 · ISSN 1408-2969

RAZPRAVE

Miklavž Vospernik

Strukturalna teorija znanosti in meritve

Pedagoška fakulteta Univerze v Mariboru

Citiranje: Miklavž Vospernik, »Strukturalna teorija znanosti in meritve«, *Analiza: časopis za kritično misel* 1, št. 2 (1997): 36–46.

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva 4.0 Mednarodna (CC BY 4.0), https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.sl.

Izdajatelj: Društvo za analitično filozofijo in filozofijo znanosti, Ljubljana.

Elektronska različica je bila leta 2026 rekonstruirana iz izvirnih stavnih datotek in preverjena s tiskano izdajo. Številke strani ustrezajo tiskani izdaji; prelomi strani znotraj prispevka se lahko nekoliko razlikujejo.

Miklavž Vospernik
Pedagoška fakulteta Univerze v Mariboru

STRUKTURALNA TEORIJA ZNANOSTI IN MERITVE

Problematika meritev je v filozofiji znanosti razpeta med dve večji filozofski vprašanji. Ontološko vprašanje sprašuje po obstoju količin, epistemološko pa po možnosti uporabe aritmetike. Strukturalna teorija znanosti poskuša problematiko meritev rešiti tako, da privzame realizem matematičnih struktur (objektiven obstoj le-teh v naravi) in se tako zavzame tudi za neproblematično uporabo matematike v naravi, a kljub temu nujno ne privzame realizma količine. V primerjavi s klasičnim (t.i. stavčnim) pristopom je to dokaj nenavadno, saj slednji praviloma zahteva realistično pojmovanje količine, če hoče predpostaviti neproblematično uporabo aritmetike v naravi pri problematiki meritev. V pričujočem članku pokažem, kako je strukturalna rešitev vsaj formalno mogoča in kako je omejen domet njene rešitve.

Ključne besede: strukturalna teorija, meritve, količina, linearna urejenost, k-tip.

1 Strukturalna teorija znanosti

Začetki strukturalne teorije znanosti segajo nekako v konec petdesetih let. Vendar moramo takoj omeniti, da gre pri strukturalni teoriji znanosti za posplošitev nekoliko starejše zamisli, ki je bila do omenjenega časa prisotna predvsem v matematiki. Bistvo obrata, ki ga je ta zamisel prinesla v matematiko, je na kratko povedano naslednje: delitev matematike na tradicionalna področja, kot so teorija števil, geometrija itd., lahko presežemo z na novo razvito teorijo urejenih množic, grup, kolobarjev, obsegov, vektorskih in topoloških prostorov[1] itd., tako imenovanih matematičnih struktur. Z drugimi besedami povedano: matematiko lahko na novo uredimo, in sicer z vidika matematičnih struktur. To možnost je do sedaj najbolj razvila skupina francoskih matematikov, ki od leta 1935 objavljajo pod psevdonimom Nikolas Bourbaki. Bourbakijevski načrt je bil v matematiki načeloma precej uspešen, zato je bilo pričakovati, da bi ga lahko prenesli tudi na področje empiričnih ved. Tako je leta 1957 P. Suppes[2] prvič uporabil iz matematike znane formal-

[1] *Glej* I. Vidav, *Algebra*, , Ljubljana 1987, ali recimo N. Prijatelj, *Matematične strukture I, II, III*, , Ljubljana 1980, 1974, 1985 (predvsem II in III).

[2] P. Suppes, *Introduction to Logic*, , New York Toronto 1957.

ne metode tudi pri nematematični, fizikalni teoriji. Znan primer je njegova formalizacija tako imenovane Newtonove klasične mehanike delcev ("CPM - Classical Particle Mechanics"). S to formalizacijo je Suppes našel neko idealizirano matematično strukturo, katere model predstavlja prav klasična mehanika delcev. Bistveno pri tem je, da njegova idealizirana struktura ni nujno struktura stavkov. Glavni pogoj, ki ga mora izpolniti, je zgolj to, da med njo in njenimi modeli obstaja vsaj nek homomorfizem (enosmerno enolična preiskava teorijske strukture v modele). Spomnimo se, da v nasprotju s takšnim strukturalnim pogledom, tradicionalno neko znanstveno teorijo prikažemo kot množico stavkov, ki govorijo o empirijskih podatkih in ki jih moramo na nek način oblikovati kot neprotisloven in popoln logičen sistem. Suppes torej s svojim pristopom ni več težil k temu, za kar so se recimo na tradicionalen način zavzemali Frege, Russell in Carnap. S tem je poskušal obiti tudi uničujoč Gödelov dokaz, da ni mogoča popolna aksiomatizacija aritmetike, ki ga seveda lahko razširimo tudi na bolj zapletene teorije od nje. Zaradi tega strukturalno teorijo znanosti imenujemo tudi ne-stavčni pogled [*non-statement view]*[3] na znanstvene teorije za razliko od klasičnega stavčnega.

Filozofski izziv, ob katerem se je strukturalna teorija znanosti najbolj oplajala, je vsekakor njena težnja po celostnem pristopu, po tem, da v svojo analizo pritegne tudi nekatere "iracionalistične" teorije znanosti. Mislimo seveda na teorije dinamike ter razvoja znanstvenih teorij Feyerabenda in Kuhna[4]. Nezanemarljiv pa je tudi njen doprinos k pojmovanju znanstvenega realizma - vprašanja o tem, ali teorijske entitete (recimo elektron) obstajajo v naravi. Strukturalna teorija namreč teorijskim entitetam odreka bistven položaj v znanstveni razlagi, saj meni, da jih je moč enostavno obiti - eliminirati.

V pričujočem članku bomo predstavili logično analizo meritev v strukturalni teoriji znanosti. Ukvarjali se bomo torej s temo, ki sodi prvenstveno v domeno vprašanj znanstvenega realizma in z njimi povezanih epistemoloških vprašanj, ne pa v domeno epistemoloških vprašanj, ki se tičejo razvoja znanstvenih teorij. Pokazali bomo, kako lahko strukturalna teorija znanosti, zgolj tako, da privzame realizem matematičnih struktur, postavi smiseln formalen opis meritev, ki naj ne bi zahteval realizma količine. S tem navidezno elegantno reši problem uporabe aritmetike in problem obstoja količin. Opozorili bomo na to, da kljub temu, da strukturalni formalizem izrečno ne zahteva obstoja količine, njegove strukture ne morejo biti vpeljane, ne da bi privzeli zahteve, ki je blizu zahtevi po obstoju neke linearno[5] urejene množice v naravi. Ta pa je načeloma že lahko prava kandidatka za količino.

Najprej si bomo na hitro ogledali, kako na meritve gleda klasičen stavčni pogled. Problem realizma količine bomo povezali s problematiko obstoja teorijskih enti-

[3] *Glej* W. Stegmüller, *The Structuralist View of Theories*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1979, stran 3-7.

[4] *Glej* polemiko med W. Stegmüllerjem in P. K. Feyerabendom, recimo v W. Stegmüller, *The Structure and Dynamics of Theories*, New York Heidelberg Berlin 1976; W. Stegmüller, *The Structuralist View of Theories*, Berlin Heidelberg New York 1979; P. K. Feyerabend, ?Changing Patterns of Reconstruction?, *The British Journal for Philosophy of Science*, 28 (1977), str. 351-369.

[5] Linearno urejena množica je, recimo, tista množica, v kateri sta po dva elementa natanko v eni izmed relacij: =, >, <. (Bodisi sta enaka, ali pa je eden večji od drugega.)

tet. Sledila bo predstavitev formalizacije meritev v strukturalni teoriji. Na koncu bomo pokazali, da strukturalna teorija kot del svojega formalizma privzema tudi podlago za obstoj linearno urejenih množic, ki so lahko kandidatke za obstoj količin v naravi. S tem je domet njene rešitve omejen.

2 Stavčni pogled in teorijski termini

Kadar obravnavamo filozofsko problematiko meritev klasično, se ponavadi osredotočimo na stavek, ki poroča o neki meritvi, recimo, "Špela ima težo (tehta) 55 kilogramov". Pravimo tudi, da meritve obravnavamo v t.i. stavčni optiki. Iz zgradbe stavka o meritvi je razvidno, da nas kot filozofe pri meritvah zanima predvsem to, na kakšen način "Špela" lahko poseduje lastnost "težo", ki ji pravimo količina, in kako to, da lahko Špeli pripišemo neko število, oziroma, kako to, da lahko v naravi uporabimo matematiko (natančneje: aritmetiko). Če pa smo nekoliko bolj specializirani filozofi, recimo filozofi znanosti, nas bo količina še posebej pritegnila. Tedaj v njej ne bomo videli zgolj neke lastnosti, ki jo lahko kvantificiramo. Poleg tega bomo v kakšni izmed količin prepoznali tudi nekatere "teorijske entitete". "Teorijske entitete" so tiste entitete v znanosti, ki niso neposredno opazljive, ali, z drugimi besedami, tiste, ki jih ne moremo podati neodvisno od znanstvenih teorij. Mednje sodijo recimo elektroni (po nekaterih prepričanjih prav tako vesoljski sateliti). Dobre kandidatke za teorijske entitete pa so tudi nekatere količine, kot je recimo količina absorbiranega sevanja beta (seveda tudi alfa in gamma) ali "čudnost" pri nekaterih kvantnih delcih.

Vloga teorijskih terminov v znanstveni teoriji že dolgo buri duhove. V klasični stavčni optiki je pot do rešitve problema teorije in empirije v smislu posebnega mesta teorijskih terminov zastavljena dokaj enostavno. Logični pozitivisti (Carnap) so dolgo časa poskušali definirati znanstveno teorijo oziroma natančneje teorijske termine s pomočjo pojmov pridobljenih na osnovi opazovanj, empirije. Ko je takšen poskus propadel, so se sprijaznili z dejstvom, da moramo gledati na teorijske termine na eni strani in empirijske termine na drugi kot na samostojne. Jezik znanstvene teorije torej sestoji iz dveh ločenih ravni, teorijskega jezika (formalni jezik, ki vsebuje vse teorijske termine in teorijske zakone) in empirijskega jezika (singularni stavki, induktivno pridobljeni empirijski zakoni). Med obema ravnema obstajajo korespondenčna pravila. Jezik teh pravil omogoča delno prevajanje teorijskega jezika v empirijskega. Glavna pomanjkljivost takšne delitve je v tem, da v bistvu ne znamo jasno pokazati, kako bi definirali teorijsko raven. Edina možna definicija teorijskega je definicija *per negationem*: teorijsko je neopazljivo. Takšna definicija torej pove, kaj teorijski termini niso, ne pa tega, kaj naj bi bili.

3 Eliminacija teorijskih terminov

Nekateri filozofi znanosti so poskušali sklepanje o ločitvi teorijske od empirijske ravni dopolniti z eliminacijo teorijske ravni. Gre za zamisel, po kateri naj bi bili teorijski termini pri znanstveni razlagi pravzaprav odveč. Teorijo naj bi torej zmeraj lahko rekonstruirali na osnovi zgolj prvotnih, empirijskih terminov, teorijski

termini pa naj bi bili le koristno sredstvo, ki pa načeloma ni logično nujno. Ta zamisel je najlepše izražena v logičnem izreku, ki ga poimenujemo po njegovem avtorju F. P. Ramseyu ?Ramseyev izrek? (znana je tudi različica W. Craiga). Bistvo obeh izrekov bomo samo na hitro skicirali.

Imejmo dva pojava, pojav A in pojav B. Recimo, da smo pojav A uspeli deduktivno pojasniti s pomočjo pojava B in nekega teorijskega zakona t, v katerem nastopajo teorijski termini teorije T. V jeziku logike bi to pomenilo, da smo stavek o A (pišimo A' - stavki, ki poročajo o pojavih, namreč niso pojavi sami) logično izpeljali iz stavka o B (pišimo B') in iz zakona t. Možno je seveda, da se je naša izpeljava opirala tudi na kakšne empirijske zakone, ali robne pogoje, ki specializirajo teorijske zakone. Eden izmed zadnjih je seveda tudi stavek B' sam, toda obstajajo lahko še drugi. Zato lahko zapišemo, da smo stavek A' izpeljali iz B', t, e ter r, pri čemer nam e pomeni eventuelne empirijske zakone, r pa dodatne robne pogoje:

$t \wedge e \wedge r \wedge B' :- A'.$

Po izreku o dedukciji lahko iz zgornjega izraza izpeljemo:

$t \wedge e \wedge r :- B' \Rightarrow A'$

Takšna izpeljeva nas pripelje do zanimivega sklepa, da že čisto empirijski stavki in odnosi med njimi zadostujejo za razlago. Na ta način lahko torej eliminiramo vse teorijske termine iz razlage, saj slednji logično nujno ne postavljajo implikacije. Formulirajo jo le znotraj teorije. Craig in Ramsey na podlagi teh ugotovitev postavita tako imenovani empirijski ekvivalent teorije[6]. Z njim je mogoča eliminacija teorijskih terminov in torej teorijskega na splošno. Povedano z drugimi besedami, Ramseyev oziroma Craigov ekvivalent sicer dopuščata možnost neempirijskih (teorijskih) lastnosti, vendar jih ne predpisujeta. Znanstvena razlaga zmeraj lahko obstaja brez njih[7].

Podobna zamisel je našla svoje mesto tudi v strukturalni teoriji znanosti. V začetku sedemdesetih let jo je uporabil J. D. Sneed[8]. Posebnost Sneedovega pristopa je v tem, da pri njem ne gre za eliminacijo teorijskega na splošno, ampak za eliminacijo tako imenovanega T-teorijskega. Sneed je namreč vpeljal pozitiven pojem teorijskega, tako imenovani pojem T-teorijskosti, ki predstavlja teorijskost vedno

[6] Dokaz za to, da je vsaka veljavna trditev znotraj empiričnega ekvivalenta neke teorije tudi veljavna trditev v prvotni teoriji in obratno, *glej* recimo: W. Stegmüller, ?Beobachtungssprache, theorethische Sprache und die partielle Deutung von Theorien?, *v Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und analytischen Philosophie. Bd. II/C*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York 1970, str. 375-399 (Craig); ali pa recimo: A. Ule, *Sodobne teorije znanosti*, ZPS, Ljubljana 1992, str. 183-186 (Ramsey).

[7] O upravičenosti tega početja tukaj ne bomo utegnili govoriti. Izkaže se namreč, da se znotraj empirijskega ekvivalenta teorije vprašanje eksistence teorijskega pojavi na drug, nov način. Res je, da ne moremo več direktno spraševati, ali teorijski termini predstavljajo neke teorijske entitete, ki realno obstajajo ali ne. Empirijski ekvivalent namreč govori le še o lastnostih in relacijah, ki na nek način ustrezajo prejšnjim teorijskim terminom. Zato pa se seveda lahko vprašamo, kako je z obstojem teh lastnosti in relacij, ki ga empirijski ekvivalent navsezadnje mora privzeti. Lastnosti in relacije so seveda univerzalije (intenzionalne). Glede na to, da naša prvotna teorija ni nikjer zahtevala obstoja univerzalij, bi lahko rekli, da nismo z Ramseyovo in Craigovo eliminacijo storili nič posebnega. Ni nam sicer več treba verjeti v obstoj teorijskih entitet in zakonov, zato pa moramo vzeti v zakup nekaj dosti hujšega: obstoj univerzalij. Tudi te so namreč teorijski objekti, le da niso več partikularije. To je izredno močen argument, ki priča proti možnosti popolne eliminacije teorijskega, ki jo sicer lepo nakazuje Ramseyev empirijski ekvivalent.

[8] J. D. Sneed, *The logical Structure of Mathematical Physics*, Reidel, Dordrecht 1979. Tu navajamo drugo izdajo Sneedove knjige, ki upošteva dopolnitve Stegmüllerja, Balzerja in drugih. Te dopolnitve so postale standardne za strukturalno teorijo.

relativno do neke določene teorije. Sneed je teorijski termin v porajajočem se strukturalnem nestavčnem pristopu predstavil kot neko funkcijo. Teorijski termin je neka teorijsko odvisna funkcija, za katero je značilno, da njenih vrednosti ne moremo določiti neodvisno od dane teorije. Povedano z drugimi besedami: ne obstaja niti en primer določitve vrednosti te funkcije, ne da bi pri tem na kakršenkoli način privzeli uporabo teorije in s tem tudi implicitno dane funkcije same. Sneed je postavitev natančne definicije izpeljal v dveh korakih. Najprej je povedal, kaj pomeni, da je določitev vrednosti neke funkcije teorijsko odvisna od neke teorije[9], potem pa je povedal še, kdaj je neka funkcija teorijska glede na to teorijo[10]. Eliminacija T-teorijskega poteka v strukturalni teoriji znanosti preko preslikav med posameznimi idealiziranimi strukturami, zato si moramo, da bi jo razumeli, na hitro ogledati vsaj osnovne med njimi.

4 Osnovne strukture strukturalne teorije znanosti

Med prvimi teoretiki strukturalne teorije, ki so uvedli njene osnovne strukture, moramo zopet omeniti J. D. Sneeda. Razlikoval je štiri vrste modelov matematične strukture neke empirične teorije: modele, potencialne modele, delne potencialne modele in intendirane modele neke teorije[11].

I. Modeli so tiste strukture objektov, lastnosti, relacij ali funkcij, ki popolnoma ustrezajo matematični strukturi teorije. Pri modelih imamo torej opraviti z matematično-empirijsko strukturo, v kateri nastopajo tako T-teorijski zakoni kot tudi T-teorijsko pogojeni objekti, entitete. Nahajajo se na T-teorijski ravni.

II. Potencialni modeli so tiste strukture, v katerih nastopajo objekti (tudi T-teorijsko pogojeni) in funkcije, kot jih zahteva matematična struktura teorije, vendar pa od njih ne terjamo, da ustrezajo zakonom teorije. Tudi potencialni modeli se še nahajajo na T-teorijski ravni.

III. Delni potencialni modeli teorije predstavljajo tisti del potencialnih modelov, ki ostane, če jim odvzamemo vse T-teorijske sestavine. Delni potencialni modeli se že nahajajo na ne-T-teorijski, zgolj empirijski ravni.

IIII. Intendirani modeli so tisti delni potencialni modeli, ki smo jih v resnici že preučili, ali pa jih nameravamo. Tudi ti so seveda na ne-T-teorijski, empirijski ravni.

5 Ramseyeva eliminacija teorijskega v luči strukturalne teorije

Oglejmo si, kako se glasi Ramseyev empirijski ekvivalent teorije izražen s sredstvi strukturalne teorije. Modele teorije T označujmo z “m(T)”, množico teh modelov z “M(T)”, potencialne modele “m_p(T)”, njih množico “M_p(T)”, delne potencialne modele teorije T označimo z “m_{pp}(T)” (parcialni potencialni modeli), njih

[9] *Ravno tam*, str. 31.

[10] *Ravno tam*, str. 55.

[11] Za bolj natančno definicijo in tudi vpeljavo teh struktur *glej*: W. Balzer, *Theorie und Messung*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo 1985, str. 17-24.

množico zopet z "$M_{pp}(T)$", intendirane modele pišimo i(T), množico takšnih I(T). Če sedaj zapišemo najbolj enostavno inačico Ramseyevega empirijskega ekvivalenta, tako imenovan Ramseyev stavek za uporabo teorije na nekem določenem posamičnem intendiranem modelu, bi se ta glasila takole:

$(\exists m)$: $(m \in M \wedge m$ dopoljnjuje $i \wedge i \in I \wedge I \subset M_{pp})$

Ramseyev stavek moramo seveda načeloma razširiti na celotno množico intendiranih modelov, zato raje pišimo:

(M'): $(M' \subset M \wedge M'$ dopolnjuje $I \wedge I \subset M_{pp})$

Če si sedaj predočimo sliko, ki smo jo podali ob vpeljavi osnovnih struktur, lahko ugotovimo, da Ramseyev stavek v tej obliki pravzaprav pove, da je mogoče vsako podmnožico delnih potencialnih modelov (torej tiste delne potencialne modele, ki jih znanstveniki res preučujejo, ki so "intendirani") iz ne-T-teorijske ravni dopolniti do neke podmnožice pravih modelov, ki se nahajajo na T-teorijski ravni. Bistvo Ramseyevega stavka je torej zopet to, da predstavlja empirijski ekvivalent teoriji. Toda izjemno pomembno je, da izraz empirijski ne pomeni več ne-teorijski v splošnem pomenu, ampak zgolj ne-T-teorijski. Zato lahko rečemo, da je Ramseyev stavek tokrat zgolj T-empirijski. V strukturalno tolmačenem Ramseyevem T-empirijskem ekvivalentu teoriji se torej znebimo vedno le T-teorijskih terminov, torej terminov, ki so teorijski zgolj glede na neko točno določeno teorijo, niso pa teorijski na splošno. Zaradi tega se zdi, da strukturalna teorija tudi pri problematiki meritev lahko obide problem obstoja količin in se opre zgolj na obstoj idealiziranih matematičnih struktur v naravi. V nadaljevanju si oglejmo, kako to stori.

6 Realizem matematičnih struktur in problematika meritev

Problem meritev je v strukturalni teoriji znanosti formuliran precej tehnično, a jasno. Merjenje ponavadi definiramo kot iskanje neke binarne (diadične) relacije oziroma funkcije R. Ker so si predmeti (njihove lastnosti) lahko načeloma vedno v različnih relacijah in ker lahko kot argumenti nastopajo v različnih funkcijah, bomo za določeno relacijo R spodaj dodali indeks i. R_i bomo vedno merili v nekem konkretnem sistemu, ki je predstavljen kot nek model. Recimo mu model x in za R_i pišimo R_i^x. Praviloma pa naš model x ne more biti hkrati model meritve, predstavlja le model, v katerem moramo meriti. Model meritve je torej ločen od modela, kjer merimo. Označimo ga z y. V tem modelu relacijo R_i označimo z R_i^y. R_i^y in R_i^x zaradi tega, ker pripadata različnima modeloma, ne predstavljata nujno ene in iste relacije. Problem meritev se v strukturalni teoriji torej izraža tako, da imamo opraviti z dvema različnima modeloma, modelom x, v katerem merimo, in modelom y, ki je model meritev, pri tem relaciji R_i^y in R_i^x ne sovpadata nujno.[12] Model x in y lahko pripadata različnim množicam idealiziranih struktur. Ponavadi oba pripadata množici potencialnih modelov neke teorije (M_p), čeprav obstaja možnost, da model meritev seže pod T-teorijsko raven, da torej pripada množici M_{pp} (pravzaprav množici I)[13].

[12] *Ravno tam*, str. 90.

[13] *Ravno tam*, str. 40.

Namesto reševanja klasične dileme o obstoju količine in možnosti uporabe aritmetike v naravi, strukturalna teorija rešuje problem meritev tako, da išče povezave med R_i^y in R_i^x [*Querverbindungen]*. Da bi bilo to iskanje mogoče, predpostavi neko osnovno minimalno strukturno podobnost med obema modeloma x in y. Izkaže se, da je zahtevana strukturna podobnost enaka strukturni podobnosti, ki jo mora strukturalna teorija predpostaviti med delnimi potencialnimi modeli, intendiranimi modeli, potencialnimi modeli in pravimi modeli neke teorije, zato da bi lahko izvedla Ramseyevo eliminacijo. Ta podobnost se mora kazati tako, da oba modela x in y pripadata isti strukturni vrsti [*Strukturart]*, ki jo označimo s simbolom X. Strukturalna teorija torej hoče problematiko meritev rešiti z eno potezo, tako da predpostavi obstoj idealiziranih struktur v naravi, natančneje obstoj strukturne vrste.

7 Strukturna vrsta

Strukturna vrsta je definirana kot nek tipiziran razred abstraktnih struktur teorije množic, ki so vse invariantne za kanonične transformacije[14]. Na hitro si oglejmo, kaj to pomeni. (Bralec, ki ga formalizem strukturalne teorije ne zanima, lahko ta razdelek brez škode spusti.)

Najprej uvedemo tipiziran razred struktur teorije množic. Strukturo teorije množic si predstavljamo kot nek niz, ki je sestavljen iz k osnovnih množic in m relacij, ki opisujejo odnose med elementi teh osnovnih množic. Pri tem gre lahko za odnose med elementi različnih množic, ali pa zgolj za odnose med elementi iste osnovne množice. Zapišemo jo lahko na naslednji način:

$x = <D_1,...,D_k;R_1,...,R_m>$.

Dve takšni strukturi sta istega tipa, recimo prva

$x = <D_1,...,D_m;R_1,...,R_n>$

in druga

$x = <D'_1,...,D'_k;R'_1,...,R'_n>$.

Če velja, da je k=m in l=n, in če je vsaka izmed relacij nekega indeksa prve konstruirana tako, da sledi enakemu tipu nekega pravila vpeljave (To pravilo - tako imenovani k-tip - bomo definirali nekoliko kasneje.) kot relacija istega indeksa druge strukture. Tipiziran razred struktur teorije množic je sedaj definiran kot razred struktur, ki vsebuje vse strukture enega in istega tipa. Označimo ga s S.

Oglejmo si še, kdaj je tak razred invarianten za kanonične transformacije. Naj bo torej S nek tipiziran razred struktur teorije množic oblike:

$x = <D_1,...,D_k;R_1,...,R_m>$.

Hkrati imejmo neko podmnožico

[14] Za obširnejšo razlago *glej*: W. Balzer, *Theorie und Messung*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo 1985, str. 8-25, posebej stran 16. Tudi v matematiki govorimo podobno kot v strukturalni teoriji znanosti o strukturni vrsti, tako imenovani "species of structures". *Glej* recimo: N. Bourbaki, *Theory of Sets*, , Paris 1968, str. 262.

$X \subseteq S$.

Ta podmnožica velja za invariantno za kanonične transformacijo in torej predstavlja našo strukturno vrsto, če velja

za vsak x: $x= <D_1,...,D_k;R_1,...,R_m>$,

za vsak F: $F= <F_1,...,F_k>$

(F_i so funkcije, ki generirajo neko bijektivno preslikavo med D_i in D'_i),

za vsak $D'_i,...,D'_k$ in za vsak $i \leq k$:

F_i: $D_i \rightarrow D'_i$ je bijektivna $\Rightarrow$ ($x \in X$ čče $<D'_1,...,D'_k;R^F_1,...,R^F_m> \in X$).

Povzamemo lahko torej in enostavneje zapišemo, da je X strukturna vrsta, če obstaja S, tako da velja

I. $X \subseteq S$; $X \neq \emptyset$.

II. X je invariantna za kanonične transformacije.

8 Vpeljava strukturne vrste - k-tip

Ker je torej pripadnost isti strukturni vrsti tisti pogoj, ki druži vse omenjene modele (M_p, M_{pp}, I, M in tudi modela x in y - model meritve in model, v katerem merimo), je naša naslednja naloga ta, da si ogledamo, kako lahko strukturno vrsto vpeljemo. Na ta način bi radi pokazali, da je pri njeni vpeljavi prisotna zahteva, na podlagi katere lahko predpostavimo obstoj linearno urejenih množic v naravi.

Osnova, na podlagi katere vpeljemo strukturno vrsto, je tako imenovani k-tip. K-tip nam pomaga vpeljati že omenjeno strukturo teorije množic. Pot od te strukture pa do strukturne vrste že poznamo iz prejšnjega razdelka.

K-tip predstavlja neko enostavno induktivno konstrukcijsko pravilo, na podlagi katerega iz neke vrste množic, katerih indeks teče od 1 do k, konstruiramo nove množice. Induktivna definicija k-tipa je naslednja:

$\forall k \in N$:

1. $\forall i \leq k$ je k-tip;

2. če je τ nek k-tip, je tudi $?(\tau)$ nek k-tip;

3. če sta τ_1 in τ_2 k-tipa, je k-tip tudi $(\tau_1 \times \tau_2)$.

Prvo pravilo je enostavno pravilo izbire, ki nalaga, da nek k-tip izbiramo med i-ji, manjšimi ali enakimi k. Če imamo torej dane množice $D_1,...,D_k$, ki predstavljajo nek k-tip, bomo skladno s k-tipom i (i je manjši ali enak k) izmed njih izbrali množico D_i. Drugo pravilo pravi, da lahko nove množice konstruiramo tudi tako, da tvorimo potenčno množico nad neko izbrano množico in da te prav tako predstavljajo k-tip. Tretje pravilo govori o tem, da je tudi kartezični produkt dveh množic izbranih po pravilih k-tipa istega k-tipa.

Pot od k-tipa do strukture teorije množic je enostavna. x je neka struktura teorije množic, če in samo če obstajajo množice $D_1,...,D_k$ in relacije $R_1,...,R_m$ tako, da velja:

1. $k,m \in N$;
2. $x = <D_i,...,D_k;R_1,...,R_m>$;
3. $\forall i \leq m \; \exists$k-tip τ_i, tako da $R_i \in ?(\tau_i(D_1,...,D_k))$.

Struktura teorije množic je torej definirana s parametroma k in m. Število k predstavlja nabor osnovnih množic, število m pa predstavlja število relacij med elementi teh množic. Vse relacije so definirane nad nizom množic, upoštevajoč induktivno definirano konstrukcijsko pravilo, tako imenovani k-tip. Te relacije so lahko relacije med elementi posamičnih množic, lahko pa predstavljajo tudi relacije med različnimi množicami. Ker je tudi nabor množic $D_1,...,D_k$ pravzaprav k-tip, vidimo, da je struktura teorije množic definirana izključno na osnovi k-tipa.

Ker je ta struktura osnova za vse bolj kompliciranе strukture (za razrede struktur teorije množic, strukturne vrste ter tudi za M_p in M in prav tako za M_{pp} in I) in seveda za oba naša modela x in y, lahko opazimo, da je pravzaprav k-tip osnova vseh struktur nestavčnega pogleda na teorije.

Zaključimo lahko, da strukturalna teorija znanosti za možnost uporabe teorij v naravi na splošno in s tem tudi za meritve zahteva od narave to, da so v njej prisotne strukture, ki so osnovane na k-tipu. Pri meritvah je obstoj k-tipa v naravi nujen že samo zaradi tega, ker je bistven za definicijo relacij R_i^y in posebej R_i^x, katerih obstoj v naravi strukturalna teorija mora privzeti, če hoče zagovarjati smiselnost meritev.

9 Obstoj k-tipa in obstoj količin v naravi

Za konec pokažimo še, da se za zahtevo po obstoju k-tipa skriva zahteva po obstoju linearno urejenih množic, ki bi lahko bile izrečne kandidatke za obstoj količin. V ta namen si oglejmo drugo zahtevo definicije k-tipa, zahtevo o vzpostavljivosti kartezičnega produkta. Ločili bomo dve možnosti, ki jih k-tip v tem oziru nedvomno dopušča. Na eni strani bomo pogledali, kakšna je ta zahteva k-tipa, če gre za kartezični produkt iste množice same s seboj oziroma če gre za potenčno množico nad takšnim kartezičnim produktom ali celo nad eno samo množico D_i. Omejitev na eno samo osnovno množico D_i predstavlja omejitev na en tip entitet, ki nastopajo v znanstveni teoriji. Možen pa je tudi splošni primer, kjer imamo opraviti z operacijo kartezičnega množenja nad različnimi množicami. Ker je ta primer zgolj posplošitev prvega na različne tipe entitet, ga ne bomo posebej obravnavali.

Oglejmo si torej prvo možnost, saj bomo prav z njo posegli v urejenost med entitetami iste vrste. Izberimo si neko množico D_i (k-tip i) in tvorimo kartezični produkt $D_i \times D_i$. Za kartezični produkt lahko takoj vidimo, da predstavlja množico vseh urejenih parov elementov množice D_i. Zahteva po obstoju urejenih parov elementov izbrane množice pa je podlaga za vpeljavo relacij “<”, “>” , “=” med njenimi elementi in s tem predpostavka za obstoj linearno urejenih množic v naravi kot izrečnih kandidatk za pojmovanje količine.

10 Zaključek

Strukturalna teorija znanosti poskuša rešiti problematiko meritev tako, da predpostavi obstoj določenih idealiziranih matematičnih struktur v naravi. Pokazali smo, da se tako zgolj navidezno izogne vprašanju obstoja količine. Za vpeljavo svojih struktur mora namreč predpostaviti obstoj tako imenovanega k-tipa. K-tip pa v bistvu predstavlja nek predpis, ki omogoča obstoj linearno urejenih množic entitet, ki nastopajo v določeni teoriji. Takšne množice so dobri kandidati za klasično pojmovan pojem količine.

Structural Theory of Science and Measurements

When dealing with problems of measurement, philosophy of science adresses two major philosophical questions. The ontological one is questioning about the existence of quantities, the epistemological one is concerned with the application of arithmetic. The Non-Statement view on scientific theories tries to solve these problems of measurement, on the one hand, by assuming the realism of mathematical structures (their objective existence in nature) and thereby a non-problematic application of arithmetic, while on the other hand, this view does not presuppose realism of quantity. Compared to the classical (e.g. “statement”) view, this is rather unusual, since the latter requires a realist conception of quantity, if it wants to plead for a non-problematic application of arithmetic to the nature. In this paper, I show, how the Non-Statement solution is at least formally feasible, and how its the scope is limited.
Keywords: structural theory, measurement, quantity, linear arrangement, k-type.