ANαliZA

časopis za kritično misel

Letnik 15, številka 1-2, avgust 2011 · ISSN 1408-2969

FILOZOFIJA MATEMATIKE

Stewart Shapiro

Modalnost in ontologija

prevedla Iris Merkač

Citiranje: Stewart Shapiro, »Modalnost in ontologija«, *Analiza: časopis za kritično misel* 15, št. 1-2 (2011): 147–172.

Prevod. Licenca Creative Commons, ki velja za arhiv revije, za prevode ne velja; pravice izvirnika pripadajo njegovim imetnikom.

Izdajatelj: Društvo za analitično filozofijo in filozofijo znanosti, Ljubljana.

Elektronska različica je bila leta 2026 rekonstruirana iz skena tiskane izdaje (OCR, ročno pregledano) in preverjena s tiskano izdajo. Številke strani ustrezajo tiskani izdaji; prelomi strani znotraj prispevka se lahko nekoliko razlikujejo.

Stewart Shapiro
Prevedla Iris Merkač

MODALNOST IN ONTOLOGIJA*

Realizem in anti-realizem v matematiki

V sodobni filozofiji matematike in do neke mere v metafiziki in epistemologiji je mogoče razlikovati dve šoli mišljenja. Ena skupina daje prednost teoriji množic in trdi, da bi morali trditve teorije množic vzeti bolj ali manj dobesedno, »v nominalni vrednosti«. To je realizem v dveh pomenih. Prvič, trdi se, da matematični objekti, množice obstajajo neodvisno od matematika. To lahko imenujemo »realizem v ontologiji«. Drugič, trditve teorije množic imajo objektivne resničnostne vrednosti, neodvisne od konvencij, jezikov in duha matematikov; in večji del trditev pristojnih teoretikov teorije množic je resničnih. To imenujmo »realizem v resničnostni vrednosti«. Kot je dobro znano, obstajajo resni epistemološki problemi, s katerimi se mora soočiti ta skupina (glej Benacerraf 1973). Kako je, na primer, mogoče, da ljudje karkoli vemo o množicah, in kakšno zaupanje lahko imamo, da so naše trditve o njih resnične? Verjamem, da je to najresnejši izziv za realizem. Ta skupina vključuje Quinea (1981), Putnama (1971), Resnika (1981), Maddy (1990) in mene *(glej* Shapiro 1989). Pod Quineovim vplivom so nekateri od teh filozofov (vendar ne vsi) skeptični glede modalnosti ali, v vsakem primeru, ne mislijo, da lahko modalni pojmi igrajo osrednjo vlogo v filozofskih pojasnjevanjih. Ampak *logični* pojmi možnosti, nujnosti in posledice so pomembne izjeme pri tem skepticizmu. Možno je, da so ti sprejeti, ker so bili (verjetno) *reducirani* na teorijo množic s pomočjo teorije modela – kljub prevladujočemu anti-redukcionističnemu duhu. Na primer, za stavek ali propozicijo Φ, je rečeno, da je logično možna, če in samo če obstaja model, ki zadošča Φ. Ta »redukcija« ali analiza bo igrala pomembno vlogo pri tem, kar sledi.

Druga šola je nasprotje prvi. Njeni člani so skeptični glede teorije množic, vsaj če se jo vzame dobesedno, in sprejemajo vsaj neke oblike modalnosti. Če smo natančni, so ti filozofi manj skeptični glede modalnosti kot so glede teorije množic. Torej so trdno sklenili preoblikovati matematiko ali nekaj, kar igra vlogo matematike, v modalne okvire. Ugledni člani te šole vključujejo Fielda (1980, 1984), Hellmana (1989), Chiharo (1990), Dummetta (1973, 1977), Blackburna (1984) in morda Putnama (1967).

Cilj tega drugega projekta je videti, kako daleč lahko gremo, ne da bi zatrjevali eksistenco abstraktnih objektov, kot so množice. Člani te šole so potemtakem

* Prevedeno po Stewart Shapiro, »Modality and ontology«, *Mind*, New Series, zv. 102, št. 407 (julij 1993), str. 455–481.

anti-realisti v *ontologiji*. Mnogo avtorjev je, kajpada, realistov glede *resničnostne vrednosti* v tem, da matematične izjave ali bližji nadomestki imajo objektivne resničnostne pogoje, ki držijo ali ne držijo neodvisno od konvencij, duha itn. matematikov. V mnogih sistemih, na primer, obstaja različica hipoteze kontinuuma, ki je objektivno resnična ali objektivno neresnična, pa čeprav je izjava deduktivno neodvisna od aksiomov in drugih osnovnih izjav njenega sistema. Kot pri prvi šoli, pa čeprav nihče ne ve, ali je hipoteza kontinuuma resnična ali neresnična, je ravno tako resnična ali neresnična.

Seveda pa obstajajo tudi filozofi, kakršni so Dummett, Tennant in Blackburn, ki so anti-realisti glede resničnostne vrednosti. Nekateri od njih si prizadevajo, da bi preuredili matematiko iz filozofskih razlogov, nekateri pa ne. Ampak tako ali tako se s to usmeritvijo tukaj ne bomo ukvarjali. Zdajšnji poudarek bo na anti-realističnih programih, ki se strinjajo z realistovo šolo, da je sodobno matematiko (ali njen nadomestek) treba jemati resno v (skoraj) celotnem obsegu in da je večina trditev matematikov objektivnih in neprazno resničnih. Skratka, ukvarjali se bomo s kombinacijo realizma v resničnostni vrednosti in anti-realizma v ontologiji. Tu je osnovni podatek, da matematični jezik – nekako – razumejo matematiki in znanstveniki; osnovni podatek pa je, da je večina sodobne matematike smiselne in pomembne za naša intelektualna življenja, karkoli ta pomembnost že lahko pomeni.

Treba je poudariti, da so modalni pojmi, ki jih uporabljajo člani druge šole, *osnovni*. To pomeni, da je modalna terminologija uporabljena »v nominalni vrednosti« in ni reducirana na nekaj ne-modalnega. Člani druge šole se razlikujejo med seboj glede na to, kaj je osnova modalnosti, vendar si nobeden od njih v duhu ne predstavlja področja možnih svetov, področje možnega ali teorije modela, da pojasni modalnost. Podobno, prva šola jemlje teorijo množic »v nominalni vrednosti«, se pravi, ne da bi si v duhu predstavila redukcijo na nekaj ne-matematičnega. Tako smo povabljeni, da preučimo kupčevanje med obsežno ontologijo in povečano ideologijo.

(Ontološki) anti-realistični programi, ki jih preučujemo, imajo obetajoče začetke. Vsaj prima facie je epistemologija različnih modalnih pojmov bolj prilagodljiva kot epistemologija abstraktnih objektov, kot so množice. Trditev tega prispevka je, kajpada, da ta obet ni izpolnjen. Epistemološki problemi, s katerimi se soočajo anti-realističnimi programi, so prav tako resni in moteči kot tisti, s katerimi se sooča realizem. Še več, problemi so v nekem smislu *enakovredni* problemom realizma. Poučeni nismo o nobeni izboljšavi, v nekaterih primerih pa se stanje poslabšuje. Morda je izvir epistemoloških težav v bogastvu matematike same.

Ne lotevam se obsežne razlage vseh sedanjih filozofij matematike, ki ustrezajo naši shemi realizma v resničnostni vrednosti skupaj z anti-realizmom v ontologiji. Vsi ti projekti so bogati in kompleksni in nimamo dovolj prostora, da bi jim posvetili pozornost, ki si jo zaslužijo. Naslednji razdelek se nanaša na modalni fikcionalizem Hartryja Fielda, medtem ko je 3. paragraf relativno kratek pregled nekaterih drugih programov v tej pristojnosti, programov Chihare (1990), Hellmana (1989) in Boolosa (1984, 1985).

V vsakem primeru je struktura argumenta enaka. Kažem, da obstajajo preprosti, pogosto trivialni, prevodi iz realistovega jezika teorije množic v predlagani modalni jezik in obratno. Prevodi ohranjajo najmanj utemeljeno prepričanje in verjetno resnico (pod pogojem, seveda, da sta obe stališči sprejeti, vsaj začasno). Pod nekaterimi pogoji so sistematično urejeni jeziki definicijsko ekvivalentni v smislu, da če kdo prevaja stavek iz enega jezika v drugega in potem prevaja nazaj v izvirni jezik, je končni rezultat enakovreden (v izvirnem sistemu) Φ. Trdim, da zaradi teh prevodov noben sistem ne more zahtevati večje epistemološke prednosti pred drugim. Vsak vpogled, ki modalist zahteva za svoj sistem, si lahko takoj prisvoji realist, in obratno. Problem je kajpada v »negativnih« posledicah prevodov. Epistemološki *problemi* z realizmom so tudi »prevedeni«. *Prima facie* neprilagodljivost vednosti o abstraktnih objektih kaže neprilagodljivost v zvezi z vednostjo modalnih pojmov, vsaj kot so tu razviti v zadevnih delih. Modalni pojmi, na katere se sklicujejo naši anti-realisti, imajo nedvomno uporabe v vsakdanjem (ne-matematičnem) jeziku, in kompetentni govorci jezika imajo neko pred-teoretsko razumevanje, kako delujejo. Toda to razumevanje samo po sebi ne podpira obsežno podrobne artikulacije modalnih pojmov, kot jih uporabljajo naši anti-realisti v svojih pojasnjevanjih matematike. Mislim, da imamo dostojno razumevanje razširjenih pojmov, vendar to razumevanje ni pred-teoretsko. Ga prej posreduje matematika, posebej teorija množic. Na primer, nekaj zadeva razmerje med teorijo modela in intuitivnim pojmom logične posledice v vseh njegovih modalnih, semantičnih in epistemičnih preoblekah. Seveda, vsakdo, ki sklepa, se sklicuje na logične posledice, vendar nekateri ontologi dajejo pojmu posledice osrednjo vlogo v svojih filozofskih zgodbah. In večina sodobnih filozofov je prišla do tega, da sprejema model-teoretsko pojasnilo posledice, ki je izpeljano v teoriji množic z vso njeno ontologijo. Zadevno vprašanje se ukvarja z obsegom, v katerem so naši anti-realisti upravičeni do težko pridobljenih model-teoretskih rezultatov. Moje lastno stališče je, da obstaja medsebojna razsvetlitev med logično posledico in teorijo množic. Nepravično je zavrniti teorijo množic, kot počnejo naši modalisti, in potem zahtevati, da imamo pred-teoretsko razumevanje modalnih pojmov, ki – ko se nanaša na matematiko – natančno ustreza rezultatom modelteoretskega pojasnila.

Obstajajo številna pomembna, pozitivna vprašanja, ki so blizu površine kritičnih pripomb. Nekaterih izmed njih so lotevamo spotoma, bolj intenzivno pa v zaključnem 4. paragrafu. Glavna tema je vprašanje ontologije in ontološke zavezanosti. Kaj počnemo, ko zatrjujemo ali zavračamo eksistenco matematičnih objektov? Za kaj gre? Še pomembneje, kako ocenjujemo tekmujoče trditve? Prevladujoče merilo je, po Quineu (1969), da je ontologija teorije območje njenih vezanih spremenljivk; vendar se spomnimo, da Quine vztraja pri fiksni in precej asketski ideologiji. Dovoljeni niso nobeni modalni pojmi. Še več, vse razen virov standardnih formalnih jezikov prvega reda je zunaj dopustne meje. Ko je ta omejitev razrahljana, kot predlagajo naši sedanji anti-realistični avtorji, stvari postanejo nejasne. Nič več ni jasno (če je sploh kdaj bilo), kako naj bi razsodili o »sporih«. Vsaka stran predlaga, da bi odstranili ali reducirali najosnovnejše pojme, ki jih *uporablja* druga. Na primer, kot je bilo ugotovljeno, ena skupina pojasnjuje logično možnost v okviru teorije množic –

kot zadostljivost -, medtem ko druga poskuša vrniti matematiko ali njen nadomestek v okvir logične možnosti. Značilne pripombe o presojanju te zadeve na podlagi nekakšnih »holističnih« osnov niso zelo koristne, razen če niso te osnove razdelane in dobro branjene.

Prav tako ni jasno, kje leži breme dokaza. Če je vse drugo enako, bi bilo lepo, da bi vzeli jezike matematike, zlasti teorije množic, dobesedno. Matematika je navsezadnje dostojanstveno in nujno potrebno prizadevanje in radi bi si mislili, da matematiki mislijo, kar pravijo. To pomeni, da jo jemljemo v »nominalni vrednosti«. Če je vse drugo enako, bi bilo tudi lepo, da bi se izognili epistemološkim problemom, za katere se zdi, da zasledujejo realizem. Toda stvar, o kateri se vsi strinjajo, je, da druge stvari niso enake.

2. Modalni fikcionalizem

Program Hartryja Fielda je poskus izpolnitve – v zadostni meri – eliminativističnega projekta, ki bi se izognil ontološki »zavezanosti« matematičnim bitnostim. Cilj je pokazati, da znanost lahko uspe brez matematike, vendar pa ne nujno, da lahko znanost uspe samo na ta način. Kot gleda na to Field, je vloga matematike pospešiti sklepanja iz fizikalnih premis na fizikalne sklepe, kar se lahko imenuje »nominalistični argumenti«. Fieldova trditev je, da je matematika *ohranljiva* glede znanosti v smislu, da je vsak nominalistični argument, ki ga je mogoče izpeljati s pomočjo vmesnih matematičnih izjav, sam logično veljaven. Tako je vloga matematike v znanosti pospešiti logiko. Field poudarja, da konservativnost ni ista stvar kot resnica. Torej, če je fikcionalistični program uspešen, ni treba imeti matematike za dobesedno resnično. Ker je matematiko mogoče v načelu pogrešati, se njene trditve lahko štejejo kot izjave o fikcijskih bitnostih, podobne tistemu, kar beremo v romanih.

Obstaja seveda obsežna literatura o semantiki fikcije, vendar – vsaj prima facie – verjetno nismo zavezani fikcionalistovi »ontologiji«, proti Meinongu. Field trdi, da imajo matematične izjave resničnostne vrednosti, vendar je večina praznih. Na primer, izjava »vsa naravna števila so praštevila« se kaže kot resnična, saj za Fielda naravna števila ne obstajajo. V programu seveda te prazne resničnostne vrednosti ne igrajo nobene vloge pri določanju sprejemljivosti matematike ali vloge matematike v znanosti. Matematične izjave lahko dejansko prav tako nimajo resničnostne vrednosti.

Tako je, vsaj uradno, Field povezan z anti-realizmom glede resničnostne vrednosti. Toda kot bomo videli, Field razvija bližji nadomestek za matematiko, ki ima objektivne, ne-prazne resničnostne pogoje za svoje trditve.

Ta fikcionalistov program je sestavljen iz dveh delov. Prvi je razviti nominalistično različico vsakega truda vredne znanosti. Drugi je rezultat konservativnosti. Fikcionalist bi moral pokazati, da dodajanje matematike (in »premostitvenih načel«, ki povezujejo matematične in fizikalne izraze), ne prinaša nobenih »novih« nominalističnih teoremov. Potem bi sledilo, da četudi

je matematika koristna in pravzaprav praktično nujna, jo je teoretično mogoče pogrešati.

Za ponazoritev prvega dela programa Field razvija nominalistično različico Newtonove gravitacijske teorije v nekaterih podrobnostih. Njena ontologija vključuje kontinuum prostorsko-časovnih točk in še več prostorsko-časovnih regij. Torej Field ni finitist, še zdaleč ne. Pravzaprav ima nominalistični prostor-čas veliko strukture R', množice četveric realnih števil.[1] Nadomestek za matematiko leži tukaj. Na primer, v Fieldovi (nominalistični) teoriji obstajajo analogije z objektivnimi resničnostnimi vrednostmi, hipotezo kontinuuma in raznimi načeli določenosti, ki so formulirana s sklicevanjem na zgolj prostorsko-časovne točke in regije. Te resničnostne vrednosti so polne, izjave pa so neodvisne od kombiniranih nominalističnih in matematičnih teorij, kot bi lahko pričakovali. Field kljub temu dokazuje, da so točke in regije konkretne, da niso abstraktne bitnosti, in tako njegova nominalistična različica prostora-časa ni matematika. Tu se ne bom pomudil ocenjevati ta argument.[2]

Ni težko videti, kakšno vlogo lahko igra matematika v tovrstni teoriji. Viri teorije množic so mobilizirani, da definirajo *množice* točk, potem pa se geometrijski in fizikalni aksiomi nanašajo na *regije* prostora-časa, ki jih te množice tvorijo – ali, natančneje, na regije, ki naj bi jih te množice tvorile, če bi obstajale.

Ko gre za ohranljivost, stvari postanejo neurejene. Naj bo P spremenljivka za zbirke trditev nominalistične fizike, q za posamezne nominalistične trditve in S za zbirke matematičnih trditev in premostitvena načela, ki povezujejo matematiko in fiziko. Potem je, če parafraziramo Fielda, matematika ohranljiva v fiziki, če in samo če kadarkoli je q posledica zveze $P + S$, je q posledica P same. Obstajata kajpada vsaj dve artikulaciji tega, odvisno od tega, kako vzamemo »posledico«. Matematika je *deduktivno ohranljiva*, če je q mogoče – kadarkoli je q mogoče izpeljati iz $P + S$ – izpeljati iz P same; in matematika je *semantično ohranljiva*, če je q resnična pri vseh modelih $P + S$, zgolj če je q resnična v vseh modelih P.

Semantična ohranljivost je *prima facie* dovolj razumna – pričakovali bi jo. Ker matematične bitnosti očitno niso v medsebojnem delovanju s konkretnimi bitnostmi, *bi* matematika *morala* biti semantično ohranljiva v katerikoli nominalistični teoriji. Field pa daje dokaz semantične ohranljivosti na podlagi verodostojnih premis (v matematični meta-teoriji). Vendar se zdi, da bi bila deduktivna ohranljivost bolj ustrezna za fikcionalistov program. Trdi, da vsak

[1] V teoriji, ki jo razvija Field, prostor-čas nima nobenega prednostnega »okvira reference« in nobenih »enot«, na katerih je določeno seštevanje, množenje itn. Tako prostor-čas nima *vse* strukture $\mathbb{R}^4$. Razlika je podobna nasprotju med sintetično geometrijo Evklidovih *Elementov* in moderno analitično geometrijo, oblikovano v okviru realnih števil. Glej Burgess (1984). Razlikovanje med strukturo, ki jo dejansko uprimerja prostor-čas, in nadaljnjo strukturo (kot so analitični deli), dodano za teoretično preučevanje, je zanimivo in pomembno ne glede na to, kakšen utegne biti naš pogled na ontologijo.

[2] Tukaj se ne ukvarjam z dihotomijo abstraktno/konkretno, temveč s strukturo. V 4. paragrafu na kratko razpravljam o tem, v kolikšni meri je Fieldov nadomestek matematike resnično matematika, saj vpliva na vprašanja ontologije.

sklep, ki ga matematični fizik *izpelje,* lahko doseže tudi njegov nominalistični dvojnik, čeprav na bolj dolgovezen način.

Fieldova prva razlaga nominalistične fizike je drugega reda. Spremenljivke prvega reda segajo preko točk in spremenljivke monadnih predikatov preko regij, ki se štejejo za »vsote« točk. Logika je sama po sebi nepopolna kot logika drugega reda. V drugem delu pokažem (Shapiro 1983), da matematika *ni* deduktivno ohranljiva v tej fiziki. Lahko formuliramo Gödlov stavek *G v* nominalističnem jeziku, tako da *G* ni dokazljiv v fiziki, vendar je dokazljiv v teoriji množic (preko premostitvenih načel). Matematika je kajpada semantično ohranljiva zaradi razlogov, ki jih Field navaja. Stavek *G* je še posebej semantična posledica same fizike. Na splošno je situacija taka, da nam matematika dopušča izpeljati (semantične) posledice fizikalne teorije, ki se je ne more izpeljati brez matematike.[3]

pravilen sklep iz vsega tega je, verjamem, da matematika osvetljuje teorijo modela, ki utemeljuje semantiko naših znanstvenih jezikov, in v tem pogledu matematika *posredno* osvetljuje fizikalni svet, v nasprotju s Fieldom. Matematika nam dopušča, da vidimo, kakšne so posledice naše nominalistične fizike. Ampak fikcionalist ne more sprejeti tega nauka, vsaj ne dobesedno. Težko je videti, kako je lahko govor o fikcijskih bitnostih bistven za pridobivanje posledic o realnem, konkretnem svetu.

Tukaj je vprašanje naslednje: kako lahko fikcionalist osmisli razne pojme posledice? Gotovo, *semantični,* model-teoretski pojem posledice nasprotuje anti-realistični temi. Če ima kdo dvome glede postavljanja področja abstraktnih objektov kot predmeta realne analize (in dela predmeta fizike), potem bo zagotovo imel pomisleke o teoriji množic, ki leži za semantičnimi pojmi. To je seveda trivialna poanta, Field pa jo sprejema. Field prav tako poudarja, da je celo pojem *deduktivne* posledice *prima facie* moteč za nominalista, saj ima preprosta definicija tega pojma spremenljivke, ki segajo preko *dedukcij,* ki so vsaj *prima facie* abstraktne. Še več, če izjavo deduktivne ohranljivosti razumemo v okviru dejanskih, konkretnih deduktivnih primerkov, je očitno napačna v skoraj vsakem ne-trivialnem primeru. Obstajajo napisane dedukcije fizikalnih sklepanj iz fizikalnih in matematičnih premis, za katere si nihče ni belil glave, da bi zapisal dedukcijo enakega sklepa iz zgolj enakih fizikalnih premis. Za anti-realista je ontologija *abstraktnih* dedukcij ali možnih fizikalnih dedukcij približno tako dvomljiva kot ontologija števil. Abstraktne dedukcije dejansko utelešajo strukturo naravnih števil (glej Corcoran in drugi 1974).

Skratka, fikcionalistova teza o ohranljivosti je izrečena v okviru *logične posledice,* dve najboljši zgodovinski pojasnili tega pa nista na voljo našemu fikcionalistu. Ena rešitev bi bila, da bi vzeli pojem logične posledice kot *osnovni.* Se pravi, da bi bila posledica nepojasnjena relacija v meta-jeziku, ne reducirana na nekaj drugega. Fieldova lastna rešitev je podobna. Field vzame pojem *logične možnosti* kot osnovni. Možnosti tako seveda ne gre razložiti v okviru teorije modela. Je sploh ne gre pojasniti. Logična posledica je potem lahko definirana takole: *g* je posledica *P,* če in samo če konjunkcija reči v *P* z

[3] Glej moj (Shapiro, 1983) in Fieldov odgovor (1985) za razlago različic prvega reda Fieldovega sistema.

negacijo *q*, ni možna.[4] Field trdi, da moramo za to, da bi razložili uporabnost matematike, predpostavljati malo več kot *možnost* matematike, ne pa njene resnice. Če je ta načrt izvedljiv, potem lahko fikcionalist trdi, da je vse, kar *dejansko* obstaja, konkretno. V bistvu omejimo svojo ontologijo s predstavljanjem, da vstavljamo operatorje možnosti v naš sistematično urejen jezik. Pravim »predstavljanjem«, ker dejansko nihče ne uporablja nominalistične fizike. Potolažili se moramo zgolj z njeno eksistenco ali, bi lahko rekli, zgolj z njeno možnostjo.

Tradicionalni realizem ima, nasprotno, precej veliko ontologijo. Domnevajmo, da obsega hierarhijo teorije množic. Logična možnost je pojasnjena v okviru teorije množic, bodisi kot konsistenca bodisi, bolj verjetno, kot zadostljivost (ali oboje).[5] Tako Fieldov fikcionalistični program predlaga kupčevanje med ontologijo in ideologijo. Z realizmom obstaja velika ontologija in logični pojmi možnosti, posledice itn. so pojasnjeni z njeno pomočjo. S fikcionalizmom so abstraktni objekti, kot so množice in števila, zamenjani za *osnovni* pojem logične možnosti (in neštevno mnogo točk in regij). Razsodbo med realizmom in fikcionalizmom, če je mogoča, je treba narediti na podlagi holističnih razlogov določene vrste, ki bi jih bilo treba podrobno določiti.

Field dopušča, da obstajajo zagonetna filozofska vprašanja glede možnosti, vendar trdi, da v tem pogledu fikcionalizem *ni nič slabši* od tradicionalnega realizma. Na primer, fikcionalist mora verjeti (z dobrim razlogom), da so aksiomi za teorijo množic skupno možni, medtem ko mora realist verjeti (z dobrim razlogom), da so resnični. V obeh primerih se zdi, da smo v zadregi, da bi ugotovili, kaj šteje kot »dober razlog«.

To je v redu poanta. Na epistemološke probleme z možnostjo se gleda kot na kupčevanje med epistemološkimi problemi in realizmom. Vendar kupčije, kol je ta, lahko gredo v obe smeri in vprašamo lahko, če je fikcionalist, kaj na *boljšem* od realista. Kot smo pripomnili zgoraj, je splošno sprejeto, da so večji epistemološki problemi z realizmom. Obljuba fikcionalizma je, da je epistemologija konkretnega lahko bolj vodljiva kot epistemologija konkretnega in abstraktnega. Ampak zdaj se zdi, da fikcionalist zahteva epistemologijo dejanskega in možnega, in ni jasno, da je to pridobitev. Ali je omenjena epistemologija kaj bolj obetavna kot podjetje realizma? Predlagal bi, da

[4] Domnevam, daje logična posledica relacija med stavki (ali propozicijami) ali, natančneje, relacija med *množicami stavkov* (ali propozicij) in posameznimi stavki (ali propozicijami). Kot zgoraj, naš fikcionalist ne more omejiti pozornosti na dejanske, konkretne primerke stavkov. Nasprotno, za uporaba modalnih operatorjev se ne zdi, da bi priklice vali tipe stavkov (v objektnem jeziku). Zato bomo lahko morali spregledati mešanje uporabe in omembe, da bi razumeli karakterizacijo posledice v okviru možnosti. Težava postane težja, ko se Field (1991) obme na substitucijska kvantifikatorja kot pripomoček za neskončno zamenjavo, da bi prilagodil posledice teorij (kot je ZFC), ki jih ni mogoče končno aksiomatizirati.

[5] Teorem popolnosti kaže, da ima zadostljivost prvega reda enak obseg kot (deduktivna) konsistentnost prvega reda. Za sisteme drugega reda je razumno jasno, da mora Fieldov osnovni modalni pojem ustrezati bolj zadostljivosti kot konsistentnosti. Na primer, naj bo *N* konjunkcija aksiomov aritmetike drugega reda in *c* izjava konsistentnosti N-ja. V standardni semantiki *(N A* – c) ni zadostljiv, vendar je, po teoremu nepopolnosti, konsistenten (glej Shapiro 1991). Mislim, da bi se Field strinjal, da *(N A* – c) ni možen.

fikcionalizem naleti na neposredne dvojnike vsakega epistemološkega problema z realizmom, in tako »kupčevanje« uniči fikcionalistov program.

Da bi to pomagal videti, predlagam, da obstajajo neposredni, trivialni prevodi iz jezika našega fikcionalista v realistov jezik, in obratno. Ti prevodi ohranjajo vsaj upravičena prepričanja in verjetno resnico. Prevod iz realizma v fikcionalizem zahteva vstavljanje modalnih operatorjev na primerna mesta in morda združevanje aksiomov. Na primer, prevod stavka Φ bi bil oblike $\Diamond(\psi \wedge \Phi')$**, kjer je ψ konjunkcija aksiomov iz ozadnje matematične teorije,** Φ' pa varianta Φ, morda z vstavljenim operatorjem možnosti. To se zdi glavna ideja programa. Za nasprotno, prevod iz fikcionalizma v realizem preprosto zamenjajte možnost z zadostljivostjo. Formula oblike »Φ je možna« postane »Φ je zadostljiva«.

Bodite pozorni, mimogrede, da ti »prevodi« ne ohranjajo pomena ali da vsaj ne trdim, da ga. Po Fieldovem mnenju prevodi tudi ne ohranjajo »ontološke zavezanosti« – in to je bistvo. Če kdorkoli misli, da ta dejstva izključujejo predlagane »prevode« kot prevode, potem za njih lahko uporabljamo drug izraz, kakršna sta »transformacija« ali »funkcija«.

Po drugi strani obstaja nekaj, kar se da povedati v prid tem prevodom. Osrednji trditvi sta naslednji: (1) Za vsak stavek Φ v realistovem jeziku, če je stavek Φ resničen, je potem prevod Φ' od Φ v fikcionalistovem jeziku resničen. (2) Za vsak stavek ψ v jeziku fikcionalizma je stavek ψ resničen, če in samo če je prevod ψ' od ψ v jezik realizma resničen.[6] Čeprav Field ne govori o »prevodu«, je trditev (1) prav taka kot glavni poudarek v njegovih delih (1980), (1984) in (1991) (brez upoštevanja prefinjenih modifikacij). Trditev (2) izhaja iz (domnevne) redukcije ali pojasnila logične možnosti in posledice v okviru teorije modela.[7]

Dejstvo, da obstajajo take gladke in preproste transformacije med ontološko bogatim jezikom realista in domnevno asketskim jezikom fikcionalista, kaže, da nobeden od njiju ne more zahtevati večje epistemološke prednosti pred drugim. To ima pozitivno in negativno stran. Fikcionalist lahko trdi, da se lahko sam – razen če se realist ne sklicuje na neke vrste (ne-naravno) neposredno

[6] Razlog, da trditev (1) ni vzajemni pogojnik, je, da če ozadnja teorija ni semantično popolna, lahko obstaja stavek Φ, tako da sta tako Φ' kot $(\neg\Phi)'$ resnična. Po drugi strani pa prevodi – v nekaterih okoliščinah – predstavljajo tesnejšo povezavo med teorijami, kar se včasih imenuje »definicijska ekvivalenca« (glej 4. par. spodaj). Naj bo Φ stavek v realistovem jeziku; naj bo Φ' prevod od Φ v fikcionalistovem jeziku; in naj bo Φ'' prevod od Φ' nazaj v realistov jezik. Potem je Φ'' ekvivalenten Φ, če (i) je ozadnja matematika končno aksiomatizirana in semantično popolna; in (ii) obstaja načelo refleksij v smislu, da če je stavek Φ resničen, potem je Φ zadostljiv. Pogoj (ii) drži za teorijo množic prvega reda (vendar (i) ne drži). V teoriji množic drugega reda je pogoj (ii) ekvivalenten aksiomu neskončnosti, kar pomeni eksistenco tako imenovanih »malih velikih kardinalnih števil« (glej Shapiro 1987 ali 1991, 6. poglavje). Z druge smeri začnemo s stavkom v fikcionalistovem jeziku, ki ga prevedemo v realistov jezik, in potem rezultat spet prevedemo nazaj v fikcionalistov jezik. Ekvivalenca nastalega stavka z izvirnikom je odvisna od tega, ali so aksiomi ozadnje teorije možni in od načela modalne refleksije: Če je Φ možen, potem je mogoče, da je Φ zadostljiv.

[7] Obe trditvi, (1) in (2), sta narejeni iz skupne realistove in fikcionalistove perspektive. Zlasti se domneva, da je pomembno in smiselno govoriti o »resnici« v obeh jezikih. Če kdo kajpada želi, je pogoje mogoče preoblikovati v okviru prepričanja ali utemeljenega prepričanja: Če realist najde dober razlog za prepričanje Φ, potem lahko fikcionalist najde dober razlog za prepričanje Φ'' itn.

[8] Tu sem dolžan recenzentu, ki je predlagal, da naj se poanta postavi na tak način.

pojmovanje matematičnega področja – sklicuje na katerokoli vrsto evidence, ki jo lahko navajamo za prepričanje v matematično trditev *Φ*, v bran prepričanja o *Φ*', skupni možnosti *Φ* z nekaterimi aksiomi. Toda glede na drugi prevod – iz fikcionalizma v realizem – ali ne ravno tako velja nasprotno? Katerikoli uvid, ki ga fikcionalist zatrjuje v prid nekemu prevodu matematične trditve, si lahko prilasti tudi realist.[9] Negativna stran ekvivalence kajpada bolj zaskrbljujoča. Trdim, da so s prevodi »prevedeni« tudi filozofski *problemi* realizma. Na primer, naj bo *Φ* matematična trditev. Temeljni problem za realista je, »Kako poznamo *Φ*?« ali, filozofsko očitno, »Kako vemo, da *Φ* velja za zelo abstraktno ontologijo?« V prevodu to postane »Kako vemo, da je *Φ* možna?« ali »Kako vemo, da je konjunkcija *Φ* in aksiomov ozadnje teorije možna?« Konec koncev ne obstaja nobena odobrena epistemologija za nobenega od obeh jezikov. Skratka, težko je videti, kako lahko dodajanje osnovnih operatorjev možnosti k oblikovanju epistemskih problemov naredi te operatorje kakorkoli bolj prilagodljive in je, posledično, težko videti, kako je fikcionalist kakorkoli napredoval pred realistom glede težavnih epistemskih problemov.

Field seveda zahteva, da so prepričanja, ki so potrebna za podporo fikcionalizmu, *šibkejša* od prepričanj, ki so potrebna za podporo realizmu. Naj bo *Φ* spet matematična izjava ali pa premostitveno načelo, ki je uporabljeno v fiziki. Realist mora verjeti *Φ*, medtem ko je nominalistu treba zgolj verjeti, da je konjunkcija *Φ* in matematičnih aksiomov možna. Slednje je, domnevno, šibkejše. Problem je, da naš realist in naš fikcionalist ne razumeta fraze »je možna« na enak način. Za fikcionalista je operator možnosti osnovni in je tako, domnevno, »*Φ* (in aksiomi) je možna« resnično šibkejše kot *Φ* sama. Toda to se izogne vprašanju. V prevodu »*Φ* (in aksiomi) je možna« postane nekaj kot »*Φ* (in aksiomi) je zadostljiva«. To *je lahko* šibkejše kot *Φ* sama, vendar v primerih, ki jih obravnavamo, ni veliko šibkejše (in v nekaterih primerih je lahko dejansko močnejše).[10]

V vsakdanjem jeziku imajo trditve možnosti nedvomno druge implikacije kot ustrezne ne-modalne trditve. Vsaj *prima facie* so njihove ontološke »zavezanosti« drugačne (kljub Lewisu (1986)). Reči, na primer, da morda obstaja večja stavba v Columbusu, ne pomeni reči, da tam taka stavba obstaja. Odziv na to zadeva naravo matematike in *njeno* ontologijo in ga prelagamo na 4. par. Doslej sem opisoval situacijo med realizmom in fikcionalizmom kot uravnoteženo izravnavo, ampak dejansko obstaja pomembna asimetrija v teh pozicijah. Razlog za to je, da fikcionalist predlaga, da zavrnemo realistov sistem

[9] Če sta sistema definicijsko ekvivalentna (glej 7. opombo), potem sta lahko trditvi strožji. Vsak stavek enega in drugega jezika je ekvivalenten prevodu stavka iz drugega.

[10] Če so jeziki drugega reda in »zadostljivost« razumemo običajno, v okviru modelov, katerih domene so *množice*, potem je »*Φ* je zadostljiva« lahko močnejša od *Φ*. Naj bodo *Z* aksiomi Zermelo-Fraenkelove teorije množic drugega reda. Potem »Z je zadostljiva« implicira eksistenco nedostopnega kardinalnega števila, medtem ko *Z* sam ne. Glej Shapiro (1987, 1991, poglavje 6). Ta ugotovitev predstavlja zaplet v prej omenjenih prevodih med fikcionalistovim in realistovim jezikom. Predpostavimo, na primer, da ne obstajajo nedostopna kardinalna števila. Field se strinja, da so aksiomi teorije množic drugega reda skupaj možni, vendar pod predpostavko, da ni *množice*, ki je model teh aksiomov. To pomeni, da aksiomi ne bi bili skupaj zadostljivi. Da bi se izognil temu problemu, lahko realist bodisi predpostavlja načelo refleksije bodisi določi zadostljivost v okviru (možnih primernih) razredov.

– in ga štejemo za nič več kot fikcijo. Kakorkoli, čim je model-teoretska redukcija upravičena, ima realist *veliko* za povedati o logični možnosti in logični posledici. Očitno ne ustreza čisto dejstvom, če pokažemo, da je bila matematična logika produktivno podjetje. Ni jasno, da lahko naš fikcionalist uporabi rezultate teorije modela, saj se nanašajo na njegov (osnovni) modalni pojem.

V razvoju fikcionalizma obstaja zanimiva ironija. Kot smo opazili, Field v strogih podrobnostih prikazuje, da matematika ob razumnih predpostavkah semantično ohranja nominalistično fiziko. Njegov dokaz uporablja bistveno količino teorije množic, ki ni na voljo fikcionalistu. Predpostavljajoč matematiko, on kaže, da – v nekem pogledu – matematika ni nujna za znanost. Da to naredi, Field kajpada tudi predpostavlja pravilnost pojasnila logične posledice s pomočjo teorije množic. Še več, to je, kako je trditev o nujnosti formulirana v argumentu. To pojasnilo posledice je, verjamem, zelo razumno – z gledišča nekoga, ki deluje v teoriji množic. Zraslo je naravno iz razvoja logike v začetku tega stoletja. Ampak ponovno, fikcionalist ne more sprejeti tega pojasnila, saj zavrača ozadnjo teorijo množic.

Za ponazoritev preučimo namišljenega filozofa, ki je sprva skeptičen glede matematike ali njene ontologije. Vidi, da se matematika zdi nujna za znanost. Na tej stopnji ni jasnega pojasnila te »trditve o nujnosti«, vendar se zdi pravilna. Znanost se značilno dela z matematiko in – kolikor filozof ve —, ni nobene alternative. Torej nerad sprejema matematiko in (naj predpostavimo) njeno utemeljitev v teoriji množic. Nato pri tem (in po kakšnem semestru matematike) pridobi prevladujoče model-teoretsko pojasnilo logične možnosti in logične posledice. Field kaže, da ima filozof zdaj sredstva za nadaljnje pojasnila teze, da je matematika nujna za znanost in lahko ugotovi, da teza *ni resnična.* Izkaže se, da lahko pokažemo, da matematika ni nujna za znanost, ko enkrat razumemo nujnost v model-teoretskih okvirih. Verjetno to odkritje spodkoplje filozofov začetni sprejem matematike z določenim oklevanjem. Ampak, če je matematika zavrnjena, potem je tudi pojasnilo posledice in s tem »zavrnitev« nujnosti matematike v znanosti. To je, če filozof zavrne matematiko, ni več v položaju, da bi uvidel zmotnost teze, da je matematika nujna za znanost. Še več, nima več jasne ideje, kaj sploh nujnost pomeni!

Zaključek tega je, da četudi je Fieldova analiza pravilna, ni jasno, da moramo zavrniti matematiko. Z matematiko dobimo več kot neko pomoč pri znanosti. Dobimo tudi razumno pojasnilo logičnih pojmov, orodij, ki so uporabljena ob artikulaciji teze, da je matematika nujna za znanost. Fikcionalistova alternativa je sprejeti osnovni pojem možnosti, to pa nam pušča zelo šibko idejo o tem, kaj ta pojem pomeni.

Field se v kasnejšem delu (1984, 1991) ukvarja s to zadrego. Njegova ideja je, da lahko fikcionalist uporabi teorijo modela za osvetlitev (logične) možnosti iz istega razloga, zaradi katerega lahko uporabi matematiko v znanosti. Strategija se zdi kot ponovni zagon fikcionalistovega programa na ravni meta-teorije, ki se včasih imenuje »meta-logika«. Uporabljamo matematiko, da bi pojasnili možnost in posledico, in potem dokazujemo, da je ta uporaba matematike ohranljiva in je tako tudi lahko obravnavamo kot fikcijsko. Ustrezno

»premostitveno načelo« je, da je stavek možen samo v primeru, da je zadostljiv. Seveda bi lahko vprašali, kaj ta ohranljivost pomeni. Domnevno se prav tako sklicuje na pojem posledice. Če zasledujemo Fieldovo strategijo, potem prej omenjena izravnava med fikcionalizmom in realizmom postane regres, ko se povzpnemo skozi hierarhijo meta-jezikov.

3. Druga barantanja

Fieldov program reducirati ontologijo s povečanjem ideologije je v modi. V tem razdelku bomo na kratko obravnavali še nekaj drugih primerkov, namreč Hellmanov modalni strukturalizem, Chiharov neo-konstruktivizem in Boolosovo pluralno kvantifikacijo. V nasprotju s Fieldom so avtorji, o katerih razpravljamo, po lastnem priznanju realisti glede resničnostne vrednosti. Trdijo, da imajo matematične izjave, pravilno interpretirane, objektivne, ne-prazne resničnostne pogoje, ki držijo ali ne neodvisno od duha, konvencij itn. matematikov.

Kakor Fieldov program je Hellmanova ustrezna ideologija (1989) zgrajena iz operatorjev za logično možnost in logično nujnost – in kvantifikatorjev drugega reda. Pravzaprav imava s Hellmanom veliko skupnega. Oba sva zagovornika logike drugega reda (glej Shapiro 1991) in oba sva strukturalista, ki podpirava, da je predmet določene veje matematike vzorec ali struktura.

Strukturalizem je nasproten bolj tradicionalnemu stališču, ki se imenuje »platonizem predmetov«, ki trdi, da se aritmetika, recimo, ukvarja s posebno zbirko objektov, namreč s *temi* naravnimi števili (glej Shapiro 1989 in 4. par. spodaj, prav tako Resnik 1981, 1982).

Hellmanov načrt je karakterizirati različico strukturalizma, ki v nasprotju z mojim delom (Shapiro, 1989) (in Resnikovim 1981), ne predpostavlja eksistence struktur. Prvič, bodite pozorni na to, da jeziki drugega reda dopuščajo kategorične karakterizacije pomembnih matematičnih struktur. Na primer, obstaja formula drugega reda *AR(X,s)*, katera ima samo spremenljivki *X, s* prosti (in nima ne-logične terminologije), ki »trdi«, da je $<X,s>$ model naravnih števil. Hellman trdi, da mu modalni del jezika dopušča, da se izogne »ontološki zavezanosti«. Namesto da bi trdil, da obstaja struktura naravnega števila, Hellman trdi le, da je možno, da obstaja takšna struktura:

(PI) $\Diamond\exists X\exists s(AR(X,s))$

Torej je ontologija, kakor Fieldov modalni fikcionalizem, nekako reducirana s predstavljanjem, da smo v naš sistematično urejen jezik vstavili kvadrate in kare. In, kakor v Fieldovem programu, ni jasno, da obstaja kaka izboljšava v primerjavi z realizmom. Namesto epistemologije abstraktnih objektov – števil, množic ali struktur – zdaj potrebujemo epistemologijo možnih abstraktnih objektov. Noben razlog ni dan, da bi mislili, da je ta zadnja kaj bolj prilagodljiva kot ona prva – in obstaja razlog, da mislimo, da ni bolj prilagodljiva.

Da bi to podprli, še enkrat pripominjamo, da obstajajo neposredni, preprosti prevodi iz realistovega jezika v jezik modalnega strukturalista, in obratno. Hellman sam zelo podrobno zagotavlja prevod iz realizma v modalni

strukturalizem. V drugo smer, nadomestite možnost z zadostljivostjo in nujnost z logično resnico, kot zgoraj. V tem primeru prevodi zagotavljajo nekakšno *ekvivalenco* med temi sistemi (glej 4. par. spodaj). Začnimo, recimo, s stavkom Φ aritmetike. Prevedimo Φ v stavek Φ' v modalnem strukturalizmu in potem prevedimo Φ' v Φ'' nazaj v realistov jezik. Zdaj je Φ'' stavek iz *teorije množic*, ne iz aritmetike – razveljavimo sklicevanje na zadostljivost in logično resnico. Torej so se v nekem smislu vložki povečali. Ampak v teoriji množic se lahko pokaže, da je stavek Φ'' ekvivalenten stavku Φ (ali, natančneje, Φ'' je ekvivalenten rezultatu omejevanja kvantifikatorjev od Φ na ω in nadomeščanja funkcijskih simbolov z njihovimi dvojniki iz teorije množic). Ekvivalenca se pojavlja, ker Hellman (povsem pravilno) uporablja jezik drugega reda, aritmetika drugega reda pa je kategorična.[11]

Podobno vajo lahko izpeljemo v drugi smeri. Prevedimo dani stavek χ iz jezika modalnega strukturalizma v jezik realizma in potem prevedimo rezultat nazaj v jezik modalnega strukturalizma: s tem proizvedemo χ''. Ekvivalenca χ in χ'' je odvisna od načela modalne refleksije, da če je stavek zadostljiv, potem je možen.

Zahvaljujoč prevodom, tu držijo zgornje ugotovitve proti Fieldu. Če so sprejeta gledišča obeh, realista in modalnega strukturalista, potem je vsak uvid, ki se utrjuje za en sistem, takoj dostopen drugemu. Še več, tradicionalni epistemološki problemi se z realizmom selijo tudi k modalno-strukturalnemu sistemu. In končno, ker za Hellmana ne pride v poštev, da bi opustil realistovo perspektivo, ni jasno, zakaj je upravičen do tradicionalnih, model-teoretskih pojasnil modalnih operatorjev logične nujnosti in logične možnosti. Na primer, običajni način ugotavljanja, da je stavek možen, je pokazati, da ima model. Za Hellmana je, domnevno, stavek možen, če morda ima model (ali, če je mogoče, da ima model). Ni jasno, kaj nam ta poteza prinaša.[12]

Četudi je pristop nekoliko drugačen, Chihara (1990) doživi podobno usodo. Tukaj je novost druga osnova modalnosti, »kvantifikator konstruktibilnosti«. Skladenjsko se ta obnaša kot običajni kvantifikator: Če je Φ formula in x določena vrsta spremenljivke, potem je $(Cx)\Phi$ formula, ki jo je treba brati kot »možno je konstruirati x, tako da Φ"«. Izkaže se, da sta semantika in teorija

[11] Če ta proces začnemo s stavkom iz teorije množic, stvari niso tako enostavne, saj teorija množic drugega reda ni kategorična. Ekvivalenca med stavkom in njegovim »dvojnim prevodom« je odvisna od načela refleksije, ki prinaša tako imenovana »mala velika kardinalna števila". Glej Shapiro 1987.

[12] V teoriji množic ima Hellmanov projekt nekatere prednosti. Običajna teorija množic drugega reda ima kvantifikatorja, ki segata preko pravih razredov, ki so zbirke množic, ki same niso množice (glej Shapiro 1991, 5. poglavje). Čeprav je to običajni način, da se prepreči Russllov paradoks, je nedvomno neeleganten. Ker si Hellman v duhu ne predstavlja področja možnih stvari niti področja možnih svetov, ni nobenih popolnih kvantifikatorjev kateregakoli reda in nobenih (absolutno) pravih razredov. V metafori možnih svetov so razredi enega sveta množice v drugem. To, mislim, da je lepa lastnost modalnega-strukturalnega sistema. Ena cena za to pa je kajpada ta, da s svojo željo, da bi se izognil »intenzionalnim bitnostim«, kot so lastnosti, Hellman ni zmožen oblikovati splošnega pojma izomorfizma, takega, ki bi veljal za strukture v »različnih svetovih« (glej Shapiro 2003, str. 113-132).

dokaza kvantifikatorjev konstruktibilnosti zelo podobni tem za običajne, eksistencialne kvantifikatorje.[13]

Kvantifikatorja konstruktibilnosti sta vzeta iz običajnega jezika. Chiharova teza govori, da medtem ko običajna kvantifikatorja označujeta ontološko zavezanost, je kvantifikatorja konstruktibilnosti ne. Zdrav razum to podpira – do mere, v kateri je pojem ontološke zavezanosti del zdravega razuma. Če nekdo pravi, na primer, da je možno zgraditi nov stadion v Clevelandu, se ne zdi, da zatrjuje eksistenco takega stadiona niti eksistenco možnega stadiona niti možnega sveta, ki bi naj vseboval tak stadion. Zgolj daje izjavo o tem, kaj je možno narediti.

Jezik, razvit pri Chihari (1990), ima neskončno mnogo vrst. Na stopnji 0 obstajajo spremenljivke, ki segajo preko običajnih (domnevnih materialnih) objektov. Te spremenljivke so lahko vezane s standardnima kvantifikatorjema, eksistencialnim in univerzalnim, ne pa s kvantifikatorjema konstruktibilnosti. Na stopnji 1 obstajajo spremenljivke, ki segajo preko *odprtih stavkov*, ki jih zadovoljujejo običajni objekti. In za vsako stopnjo $n > 1$, obstajajo spremenljivke, ki segajo preko odprtih stavkov, ki jih zadovoljujejo odprti stavki stopnje $n - 1$. Vse te odprto-stavčne spremenljivke so lahko vezane s kvantifikatorjema konstruktibilnosti, ampak ne z običajnima kvantifikatorjema. Simbol za semantični pojem »zadostljivosti« je še en osnovni simbol sistema.

Chihara zagotavlja ekstenzionalnost do določene mere. Konec koncev je sistem precej podoben navadni, preprosti teoriji tipov ali, ekvivalentno, teoriji nekumulativne hierarhije teorije množic do stopnje v, s prvotnimi elementi. To je, seveda, cilj tega projekta.

Še enkrat, obstajajo rutinski prevodi med Chiharovim neo-konstruktivističnim jezikom in jezikom realizma, vendar so tokrat dejansko neposredni. Chihara sam kaže, kako prevesti iz teorije tipov v njegov sistem. V obratni smeri nadomestite spremenljivke, ki segajo preko odprtih stavkov stopnje *n*, s spremenljivkami, ki segajo preko objektov tipa *n* (ali množic reda *n* v ne-kumulativni hierarhiji), nadomestite simbol za zadostljivost s simbolom predikacije (ali članstva), in, seveda, nadomestite kvantifikatorje konstruktibilnosti z eksistencialnimi kvantifikatorji. Sistema se zdita definicijsko ekvivalentna. Torej zgornje ugotovitve proti modalnemu fikcionalizmu in modalnemu strukturalizmu veljajo tudi tukaj. In, ponovno, ni jasno kako in zakaj je Chihara upravičen do pojasnil teorije množic, katero vrsto stavkov je mogoče »konstruirati«. S tega vidika je Chiharov sistem notacij ska različica preproste teorije tipov (ali ne-kumulativne teorije množic, s končnimi redi). Na grobo povedano: tukaj se zdi, da je ontologija reducirana s predstavljanjem, da smo spremenili oblike nekaj simbolov v sistematično urejenem jeziku.

[13] Obstaja potencialna ironija v teoriji dokaza. Če lahko obe vrsti kvantifikatorjev vežeta isto vrsto spremenljivke, potem se formule z običajnimi eksistencialni kvantifikatorji ne uklanjajo standardnim pravilom sklepanja, medtem ko se formule s kvantifikatorji konstruktibilnosti uklanjajo. Na primer, iz formule $\Phi(t)$ lahko sklepamo $(Cx)\Phi(x)$, ne pa $(\exists x)\Phi(x)$. To se kajpada ne dogaja v sistemu, v katerem Chihara razvija pravo matematiko, ker so tam različni kvantifikatorji omejeni na različne vrste spremenljivk. Posledično imata obe vrsti kvantifikatorjev isto logiko, vključno s standardnimi pravili sklepanja za eksistencialne kvantifikatorje.

Chihara v nadaljevanju razvije aritmetiko, analizo, funkcionalno analizo itn. na precej enak način, kot so razvite v preprosti teoriji tipov. Na primer, obstaja teorem, da je možno konstruirati odprti stavek (stopnje 2), ki ga zadovoljujejo vsi in zgolj odprti stavki stopnje 1, ki jih zadovoljujejo natanko štiri objekti. Ta odprti stavek igra vlogo števila 4 v razlagi aritmetike. Če smo natančnejši, sistem (možnih) odprtih stavkov, ki ustreza naravnim številom, uprimerja strukturo naravnih števil. Še enkrat, to je bistvo.[14] V Chiharovem sistemu obstaja stavek, ki je ekvivalenten naslednjemu:

> Za vsaki odprti stavek α stopnje 3 velja, če α lahko zadovoljujejo neštevno mnogi nadomestni odprti stavki naravnih števil, potem α lahko zadovoljuje kontinuum-mnogo takih odprtih stavkov.

Takšen stavek je pridobljen pri prevajanju različice hipoteze kontinuuma iz teorije tipov v Chiharov jezik.

Pri predstavitvi se Chihara občasno sklicuje na semantiko možnih svetov (tako kot počne Hellman), vendar se to šteje za »hevristiko«, ki je ne gre jemati dobesedno. Domnevno je njena vloga, da pomaga bralcu dojeti mišljeno logiko formul s kvantifikatorjema konstruktibilnosti. Kot pravi Chihara:

> ... vsa ta struktura možnih svetov je izdelan mit, ki je uporaben za razjasnjevanje in pojasnjevanje modalnih pojmov, vendar vseeno mit (str. 60). Učinkovita fraza je tukaj »razjasnjevanje in pojasnjevanje«. Če je struktura res mit, potem ne vidim, kako ta karkoli pojasnjuje. Nekdo ne more, na primer, navajati zgodbe o Zeusu zato, da bi pojasnil zapleteno značilnost naravnega sveta, kot je vreme. Precej pogosto se fikcijske bitnosti, kakor površine brez trenja, kajpada pojavijo kot del *znanstvenih* pojasnil (glej, na primer, Cartwright 1983),[15] vendar ni jasno, kako se to nanaša na filozofijo. Intuitivno, pojasniti nekaj pomeni dati razlog za to ali v skladu z Websterjevim slovarjem

New Twentieth Century Unabridged Dictionary očistiti nerazumljivosti in narediti razumljivo. V vsakdanjem življenju mora biti domnevno pojasnilo običajno veljavno zato, da bi uspešno pojasnilo. Menim, da so v znanosti površine brez trenja in podobno deli dobrih pojasnil fizikalnih pojavov, saj se približujejo dejanskim fizikalnim objektom. Ni jasno čemu, če sploh čemu, se možni svetovi približujejo glede modalnih pojmov, ki jih tukaj obravnavamo. V

[14] Chihara tudi ponuja drug, precej zanimiv in uvidov poln razvoj realne analize v okviru možnosti konstruiranja objektov z različnimi dolžinami. Sistem pri Chihari (1990) ima, kot preprosta teorija tipov, vendar ne kot njegovo zgodnje delo (1973), nepredikativna načela dojemanja na vsaki stopnji. Na primer, če je $\Phi(x)$ katerakoli formula, v kateri se spremenljivka x stopnje 1 pojavi prosto, obstaja aksiom, ki zatrjuje, da je možno konstruirati odprti stavek (stopnje 2), ki ga zadovoljuje vsi in samo odprti stavki stopnje 1, ki bi zadoščali Φ (če bi le obstajali). Formula Φ lahko vsebuje vezane spremenljivke katerekoli stopnje. To je tista značilnost sistema, ki dopušča, da se klasična matematika razvije v njem, in to je tista značilnost, ki jo dela »ne-konstruktivno«. Spomnimo se, da so nepredikativne definicije bile problematizirane s pomočjo anti-realistovih razlogov in ohranjene s pomočjo realistovih (glej Godel 1944 in Bernays 1935). Seveda to ne pomeni, da nepredikativnih definicij ni mogoče braniti na noben drug način, in Chihara to obravnava na kratko – v okviru možnih svetov.

[15] Chihara je predložil ta odgovor v najini korespondenci. Omenil je tudi, da včasih pripovedujemo izmišljene zgodbe, da bi pojasnili moralna načela. Zdi se, da se to zgodi, ker nam zgodbe pomagajo videti potencialne fizikalne ali čustvene posledice različnih dejanj.

vsakem primeru predlagam, da je breme na Chihari, da nam pove kaj več o modalnih pojmih in več o pojasnjevanju, preden lahko vidimo, kako so lahko možni svetovi uporabljeni, da bi počistili nerazumljivost in naredili zadevo razumljivo.

Res je, brez dvoma, da lahko mit o možnih svetovih *razjasni* nekatere stvari. Na primer, v modalni logiki je struktura pogosto uporabljena kot orodje za določanje tega, kateri sklepi so sprejemljivi in kateri niso. Chihara sam učinkovito uporablja to orodje. Toda z vidika anti-realista struktura ne pojasnjuje ali opravičuje vsakršnega sklepa. Kako pa bi lahko? Nadalje, dejstvo, da mit o možnih svetovih naključno pomaga pri izdelavi pravilne modalne logike, je samo pojav, potreben pojasnila. To je, z vidika anti-realista ravno uspeh možnih svetov *prispeva* k filozofski uganki. Seveda lahko možne svetove modeliramo v teoriji množic, vendar ta korak ni na voljo anti-realistu.

Dodam lahko, da obstaja nekaj ironičnega glede Chiharove (mitološke) semantike možnih svetov. V danem modelu so območja spremenljivk obvezno razvrščena v različne možne svetove, vendar to dejstvo ne igra *nobene vloge v* definiciji zadostljivosti v sistemu, ki ga razvija Chihara. Vsak objekt (in vsak predikat) je tog in vezan na svet; in vsak kvantifikator konstruktibilnosti sega preko vseh objektov (ustreznega tipa) v vseh svetovih. Tako svetovi sami niso nikjer uporabljeni – samo objekti v njih. Skratka, (mitološka) semantika, ki jo razvija Chihara, je le običajna *teorija modela*, z neko nepomembno vanjo vstavljeno strukturo. Zato moj predlog, da ima kvantifikator konstruktibilnosti praktično enako semantiko kot običajni, eksistencialni kvantifikator. »Mit« možnih svetov je samo mit teorije modela.

Chihara (1992) je nedavno obravnaval situacijo v zvezi z možnimi svetovi. Ideja je parafrazirati (ali prevesti) govor možnih svetov v modalni idiom. Na primer, »obstaja možni svet, v katerem ...« lahko postane »obstaja način, kakšen bi svet lahko bil, tako da če bi svet bil takšen ...«. Na površini ima ta fraza kvantifikator »obstaja način« in anaforično referenco, »če bi svet bil takšen«, ki običajno signalizira vezano spremenljivko. Chihara te terminologije kajpada ne razume na ta način. On ne verjame, da so »način, kakšen bi svet lahko bil« objekti. Domnevno imamo tu na delu drugo *osnovo* modalnosti, ki ni pojasnjena preko teorije modela. Trdim, da to početje zgolj potiska problem eno stopnjo navzgor – k filozofskemu meta-jeziku. Kako gre razumeti to novo frazeologijo? Kakšna je njena logika?

Jasno, kvantifikatorja konstruktibilnosti in celo fraza »obstaja način, kakšen bi svet lahko bil« so polnopravni deli običajnega jezika in pristojni govorci imajo neko razumevanje, kako delujejo. Na primer, zlahka govorimo, kaj je nekdo lahko imel za zajtrk in kaj lahko racajoč otrok zgradi s svojimi Lego kockami.

Nadalje, ni priznane semantične analize teh fraz, kot se pojavljajo v *običajnem jeziku*, niti model-teoretske niti drugačne. Zdi se, da te ugotovitve utemeljujejo Chiharov predlog, da so te fraze »osnovne«. Ideja je uporabiti pojme, ki jih že razumemo. Seveda ne verjamem, da so zadevni vsakdanji omenjeni pojmi dovolj določeni in natančni, da bi jih razširili na matematiko tako, kot to stori Chihara, vsaj ne brez dodatnih argumentov. Chihara nam mora, na primer, pokazati, zakaj je struktura potenčne množice kontinuuma implicirana v

običajnih uporabah kvantifikatorjev konstruktibilnosti (če naj se konstrukcija nadaljuje do odprtih stavkov četrte ravni). Trdim, da razumemo le, kako deluje fraza konstruktibilnosti v *Chiharovem nanašanju na matematiko* zato, ker imamo dobro razvito teorijo logične možnosti, zadostljivosti itn. In ponovno, ta teorija je zakoreninjena v teorijo množic preko teorije modela. To je vir natančnosti. Ta (delna) razlaga modalnih fraz ni na voljo anti-realistu, ne brez velikega dodatnega dela. Skratka, potrebujemo nek razlog, da verjamemo, da kvantifikatorja konstruktibilnosti, ko se jih uporablja v konstrukciji matematike, delujeta natanko tako, kot izhaja iz model-teoretske semantike. K temu se, na kratko, vračam v zaključnem razdelku.

Naš zadnji podvig ontologije-za-ideologijo ne vključuje nobene osnove modalnosti. George Boolos (1984, 1985) je predlagal alternativni način razumevanja ali interpretacije monadnih jezikov drugega reda. Ta obljublja preseganje ugovorov logiki drugega reda, ki temeljijo na domnevnih ontoloških zavezanostih (glej Quine 1986). Glede na standardno semantiko (glej moje delo 1991, 3. poglavje) lahko monadni, eksistencialni kvantifikator drugega reda beremo kot »obstaja razred« ali »obstaja lastnost« – v tem primeru se zdi, da se ta fraza sklicuje na razrede ali lastnosti. V nasprotju s tem Boolos predlaga, da bi kvantifikator razumeli kot *pluralni* kvantifikator, »obstajajo objekti« v naravnem jeziku. Naslednje, na primer, včasih imenujemo Geach-Kaplanov stavek:

Nekateri kritiki občudujejo samo drug drugega.

To je (bolj ali manj) enostavno branje drugega reda, ki jemlje razred kritikov kot domeno diskurza:

$$\exists X\,(\exists x Xx \,\&\, \forall x \forall y(\,(Xx \,\&\, Axy) \rightarrow (x \neq y \,\&\, Xy)))$$

V standardni semantiki bi ta formula ustrezala stavku »obstaja ne-prazen *razred* X kritikov, tako da za vsakega x v X in vsakega kritika y velja, da če x občuduje y, potem $x \neq y$ in je y v X«. Toda iz tega sledi eksistenca razreda kritikov, medtem ko iz izvirnika »Nekateri kritiki občudujejo samo drug drugega« to, vsaj ne *prima facie*, ne sledi.[16]

Naravni jeziki, kot je angleščina [in slovenščina – *op. prev.]*, dopuščajo pluralno konstrukcijo in, zlasti, vsebujejo pluralni kvantifikator. Tako bi se zdelo, da neformalni (naravni) meta-jezik, ki ga dejansko uporabljamo za razvoj formalne semantike, vsebuje tudi ta kvantifikator, prav tako kot naravni jezik vsebuje kvantifikatorja konstruktibilnosti, na katera se sklicuje Chihara. Boolosov predlog je uporabiti pluralna kvantifikatorja pri interpretaciji monadnih, eksistencialnih kvantifikatorjev drugega reda. Razumljen na ta način, trdi Boolos, monadni jezik drugega reda *nima* ontoloških zavezanosti, razen zavezanosti svojega pod-jezika prvega reda. V podporo tej trditvi Boolos (1985) razvija strogo, model-teoretsko semantiko v tej smeri. Njegov meta-jezik ima kvantifikatorja drugega reda – razumljena kot pluralna kvantifikatorja –, vendar

[16] Dana formula velja, če obstaja kritik, ki ne občuduje nikogar. To, seveda, ni mišljena interpretacija od »Nekateri kritiki občudujejo samo drug drugega«. Problem je, da pluralna kvantifikatorja, kot je »nekateri kritiki«, pomenita, da obstajata vsaj dva kritika. Ta značilnost je prilagojena v formalizmu.

nobene terminologije za množice (razen tistega, kar je mogoče najti v jeziku prvega reda).

Čeprav Boolos sam ni anti-realist glede večine matematičnih objektov, so se na premik k pluralnima kvantifikatorjema sklicevali drugi, da bi reducirati ontologijo.[17] Ideja je preskrbeti karakterizacije nekih struktur drugega reda in tako pridobiti značilna sredstva logike drugega reda, hkrati pa trditi, da spremenljivke drugega reda ne dodajo nobene ontološke zavezanosti.

Situacija je tukaj nekoliko podobna prejšnjim, modalnim primerom. Tudi tukaj obstajajo enostavni prevodi med standardnim meta-jezikom, z razredi in brez pluralov, ter brezrazrednim jezikom s pluralnima kvantifikatorjema. Dejansko nam Boolos sam ponuja prevode. In enako kot zgoraj, ne vidim, kaj naš antirealist pridobi s to ideologijo. Epistemološki pomisleki o spremenljivkah drugega reda postajajo epistemološki pomisleki o pluralnih kvantifikatorjih. Nadalje, podobno kot s Chiharovim neo-konstruktivizmom, ni a priori jasno, da sta pluralna kvantifikatorja običajnega jezika dovolj določena in natančna, da bi ju uporabili pravzaprav na enak način kot kvantifikatorja drugega reda s standardno, model-teoretsko semantiko.

Resnik (1988) nasprotuje Boolosovemu programu s predlogom, da lahko pluralna kvantifikatorja naravnega jezika razumemo s pomočjo razredov (ali množic). Tako Resnik kot Boolos priznavata, da je ta vrsta razprave izenačena ali pač vodi k regresu. Karkoli pove ena od strani, druga lahko reinterpretira, morda s pomočjo prevoda. To velja tudi za značilne epistemološke probleme z realizmom in logiko drugega reda ter za predlagane rešitve teh problemov. Na splošno je bistveno vprašanje jezikov drugega reda, ali imamo uporabno razumevanje spremenljivk in kvantifikatorjev drugega reda, vzetih nominalno, ki je zadostno za uporabo v temeljnih preučevanjih. Tukaj je sporno vprašanje, ali imamo uporabno razumevanje pluralnih kvantifikatorjev. Boolos trdi, da imamo in se sklicuje na premoč pluralov v običajnem jeziku. Zdi se, da Resnik trdi, da nimamo in predlaga da je vsakršno naše razumevanje pluralnih kvantifikatorjev odvisno od razumevanja množic in razredov (glej moje delo 1991, 9. poglavje).

V prid Resniku bi lahko pripomnili, da se plurali *na splošno* zdijo precej kompleksni in da med jezikoslovci ni splošnega soglasja glede tega, kako jih je treba razumeti (glej, na primer, Landman 1989). Toda Boolos se ne sklicuje na popolno območje pluralnih samostalnikov, ampak samo na pluralna kvantifikatorja. Za ta se zdi, da sta razumljena razmeroma dobro, prav tako kot monadna kvantifikatorja drugega reda. Resnik bi, seveda, ponovil, da je celo to odvisno od teorije množic (prvega reda). Ponovno mislim, da smo se izgubili.

4. Kaj naj ontolog naredi iz vsega tega?

V predhodni obravnavi smo bili naprošeni, da razmišljamo o legitimnosti našega *pred-teoretskega* razumevanja pluralnega kvantifikatorja, kvantifikatorja

[17] Glavni Boolosov interes je pri teoriji množic drugega reda. Želi se izogniti zavezanosti pravim razredom (glej 12. opombo zgoraj in moje delo 1991, str. 222-226).

konstruktibilnosti in operatorja za logično možnost; in potem, da to primerjamo z ontologijo ali s tem, kar je bilo imenovano »ontološka zavezanost«. Odkrito povedano, nismo podali veliko smernic glede ocenjevanja kupčkanj ali celo glede tega, kakšna je igra. Kaj poskušamo narediti pri zmanjšanju ontologije ali, drugače, zmanjšanju ideologije? V tem zaključnem razdelku bom dodal neko perspektivo na to vprašanje in, kot upam, razsvetlil ta projekt.

Prevladujoče merilo ontološke zavezanosti, seveda, dolgujem Quineu (na primer 1969). V skladu s tem naša ontologija sestoji iz vsega, kar leži v območju vezanih spremenljivk v sistematično urejenem jeziku, ki ga ima Quine v mislih. Krilatica »biti je biti vrednost spremenljivke« in fraze, kot je »moraš kvantificirati preko ...«, so zdaj standardi strokovnega filozofskega žargona. Sam Quine nauka o ontologiji-preko-vezanih-spremenljivk ne šteje za nekaj posebej globokega. Ta nauk je le opazka, da je eksistencialni kvantifikator tolmačenje običajne besede za eksistenco.

Kljub zapletom, kot sta zakritost reference in ontološka relativnost, je to prevladujoče merilo ontologije za Quinea in njegove naslednike dovolj jasno, saj vztrajajo pri asketski ideologiji. Sistematično urejen jezik mora biti prvega reda, brez modalne terminologije. Primerjava dveh takih sistemov je tako bolj ali manj enostavna zadeva. S Quineom, na primer, bi lahko jezik s spremenljivkami, ki segajo preko prostorsko-časovnih točk, fizičnih objektov in množic, postavili proti jeziku s spremenljivkami, ki segajo samo preko množic. Primer je morda privlečen za lase, toda podjetje je precej jasno.

V nasprotju s tem nas vsi zgoraj omenjeni programi vabijo, da bi razširili ideologijo v mislih predstavljenega, sistematično urejenega jezika; in to je tisto, zakaj smo v zadregi. Na splošno se strinjam z našimi anti-realisti, da so Quineove omejitve ideologije prestroge. Nihče ne more resno poskusiti, da bi razložil, kaj se dogaja v znanosti, brez sklicevanja na neke vrste modalnost (glej Chihara 1990, str. 6-15); in, seveda, drugje sem obširneje zagovarjal jezik višjega reda (Shapiro 1991). Nadalje, take, kakršne so, Quineove omejitve niso univerzalno sprejete na sodobni filozofski sceni. Veliko število filozofov je posvetilo resno pozornost modalnosti in jezikom višjega reda ter jih smiselno uporabilo v filozofskem teoretiziranju.

To sproža številna vprašanja. Če želimo ohraniti neko različico nauka o ontologiji-preko-vezanih-spremenljivk, kakšne omejitve bi potem morali postaviti ideologiji, ki jo hočemo uporabiti? In, ponovno, kako presojati med različnimi kompromisi? Če želimo opustiti nauk o ontologiji-preko-vezanih-spremenljivk, kaj bi ga potem moralo, če ga lahko karkoli, zamenja?

Iz anti-realistovega tabora pride en preprost odgovor. Začenjamo z opazko, da zaradi različnih razlogov mnogi filozofi niso sledili Quineovi skepsi glede modalnosti. Vsaj za te teoretike ni izbire med ideologijo in ontologijo. Obstaja, prej, izbira med ideologijo-plus-ontologijo in ideologijo samo, ideologijo ki jo sprejmejo v vsakem primeru. Argument jasno zaključuje, da je treba dati prednost ideologiji sami.[18]

[18] Nekaj je v tej smeri v pogovoru predlagal Chihara. V nekaterih primerih obstaja izbira med konkretno (»nominalistično«) ontologijo plus ideologijo in abstraktno (»platonistično«) ontologijo plus isto ideologijo.

Zavrnitev tega argument sega v središče problema. V filozofiji ne bi smeli slepo uporabljati Occamove britve. V idealnih razmerah bi morali filozofsko nekaj *pridobiti* s predlagano redukcijo bodisi ontologije ali ideologije. Zagovornik bi moral pokazati, da asketska teorija pojasnjuje več ali da ima bolj prilagodljivo epistemologijo ali nekaj bolj oprijemljivega, kot je rezanje zavoljo rezanja. Seveda, če zagovornik kaže, da ogrožena postavka resnično ne igra nobene vloge v našem teoretiziranju, potem je pridobitev v rezanju. Mi ne moremo odgovarjati za eliminirano postavko, bodisi ontološko bodisi epistemološko. To je čar Occamove britve. V primerih, ki jih obravnavamo, zgornji premisleki kajpada kažejo, da ni pridobitve v rezanju. Ti programi imajo gotovo obetavne začetke na epistemski fronti. Verjetno je najbolj begajoč problem z realizmom njegova epistemologija ali njeno očitno pomanjkanje, če se ozremo na naravo njegove ontologije. Epistemologija možnosti ali konstruktibilnosti ali pluralne kvantifikacije je lahko bolj prepričljiva, še posebej zato, ker nam take zadeve uspe priklicati v vsakdanjem pogovoru (nič ne de, če nam tudi uspe vsak dan priklicati matematiko). Toda razni prevodi, ko so nanešeni na matematiko, kažejo, da imajo problemi z realizmom svoje neposredne dvojnike v »reduciranih« teorijah. Vstavljanje kvadratov in kar v formule ali spreminjanje kvantifikatorjev ne dodaja, samo po sebi, epistemološke prilagodljivosti.

V vsakem primeru, če ni nobene filozofske pridobitve, potem vsaj ne bi smelo biti nobene izgube v reducirani teoriji (ali, natančneje, nobene izgube, ki ni izravnana s pridobitvami na drugih področjih). Anti-realist potrebuje toliko, da bi trdil, da je rezultat izenačen. V primerih, ki jih obravnavamo, je matematiki kajpada uspelo pridobiti določeno vlogo v standardnih realistovih znanstvi nih/matematičnih/filozofskih sistemih. Na primer, med ne-quineovci je velik tega, kaj vemo vsaj o *logični* modalnosti, pridobljenega s povezavo s teorijo množic, preko teorije modela. Ta vednost se mora ohraniti v katerikoli redukciji, vendar, kolikor lahko povem, se v obravnavanih primerih izgubi. Preučite, na primer, naslednje modalne trditve:

> Teorija množic prvega reda skupaj s trditvijo, da obstaja natanko 124 neskončnih kardinalnih števil, manjših od kontinuuma, je logično možna.
>
> V teoriji množic prvega reda je možno, da je vsaka množica konstruktibilna.
>
> Če obstaja veliko kardinalno število, potem je možno, da obstaja superkompaktno kardinalno število.

Te trditve so posledice standardnih razlag. Te različne teorije so možne, ker lahko v teoriji množic pokažemo, da imajo model. Predpostavljam, da bi tudi Field in Hellman sprejela zgornje trditve. V nasprotnem primeru obstaja izguba. Opustitev matematike bi nas nekaj stala. Po drugi strani, če so ti rezultati sprejeti, je težko uvideti, kakšne razloge bi uporabili naši anti-realisti, saj ne verjamejo v modele.

Na tej točki bi lahko Field in Hellman odgovorila, da lahko dosežeta zgornje trditve z uporabo *modalizirane* različice teorije množic (glej, na primer, Field 1991). Verjetno je modalizirana teorija množic upravičena na enaki (ali podobnih) osnovah, kot jih realist uporablja v bran običajne teorije množic,

karkoli že so lahko te osnove. Toda to početje samo potiska problem eno stopnjo nazaj, in ne vidim, kaj nam ponuja.

Nekdo lahko začne podoben napad na Chihara in tiste, ki želijo uporabiti Boolosovo interpretacijo logike drugega reda, da bi reducirali ontologijo, z navedbo primerov, kje se teorija modela uporablja za določanje, kaj je mogoče konstruirati ali kje se teorija modela uporablja za razjasnitev relacije posledice drugega reda. Bodite pozorni na to, da v Chiharovem primeru sklicevanje na modalizirano teorijo množic ni na voljo, vsaj ne v njegovem delu iz leta 1990, saj to delo samo povzema preprosto teorijo tipov, logiko ω reda.[19] Kar zadeva pluralna kvantifikatorja in jezike drugega reda, moje delo iz leta 1991 vsebuje dolg zagovor Quineove teze, da obstaja veliko matematike v temeljih logike drugega reda (ampak, če mi Quine *dovoli,* to ni pomanjkljivost).

Anti-realistični programi, ki jih preučujemo, nas vabijo, da preudarjamo o sprejetju modalne ali pluralne terminologije, ki se imenuje »osnovna«. Kakšna je moč te besede? Zagovorniki trdijo, da je to terminologijo mogoče najti že v običajnem jeziku, v neformalnem okviru, v katerem že opravljamo naše filozofsko, logično in meta-matematično delo. To je zagotovo pravilno. Običajni jezik je poln govora o možnosti, konstruktibilnosti in celo o pluralni kvantifikaciji. Naši anti-realisti ne izdelujejo ničesar – uporabljajo, kar najdejo. Toda, kako je ta terminologija razumljena? Kaj naredi določene izraze za »osnovne«? Prvič, naši zagovorniki ne razlagajo te terminologije. Jo zgolj uporabljajo brez opravičila kot del jezika v ozadju. Gotovo ne obstaja priznana model-teoretska analiza ali redukcija ne-logične modalnosti, in tudi ne obstaja stroga analiza kvantifikatorjev konstruktibilnosti in pluralnih konstrukcij, kot se pojavljajo v običajnem jeziku. Kjer so zadeve poskušali analizirati, so te analize obremenjene s spori. Kljub temu nam te pojme uspe uporabljati. Kot smo trdili zgoraj, so naši vsakdanji modalni in pluralni pojmi sami na sebi kajpak preveč nejasni, da bi podprli podrobno nanašanje na nadomestke teorije množic ali tipov, kakor si jih v duhu predstavljajo naši avtorji – ali, vsekakor, nihče ni dokazoval drugače. Nadalje, v praksi je naše razumevanje modalne in pluralne terminologije, kot se vsaj uporablja v matematiki, zelo odvisno od matematike, še posebej od teorije množic. Mi podedujemo jezik/okvir s povezavami s teorijo množic, ki so že zgrajene – in, če uporabimo obrabljeno metaforo, ne moremo izstopiti iz Neurathove barke. Zagotovo naši anti-realisti ne trdijo, da imamo še vedno neko vrsto pred-teoretskih intuicij o teh pojmih, intuicij, ki jih teorija množic ne pokvari ali vsaj ne spremeni.

Ko študenti začetniki prvič slišijo o logični možnosti, logični posledici itn., se za večino njih zdi, da še imajo *neko* idejo o tem, kaj je mišljeno, vendar poglejte, koliko se njihove začetne »intuicije« razlikujejo od naših »prečiščenih«.

Anti-realist nam dolguje razlago tega, kako smo lahko prepričljivo prišli do razumevanja teh pojmov (kot so tu nanešeni), *kakršnega dejansko imamo,* neodvisno od naše matematike. Brez tega je nesmiselno uporabljati besedo, kot je »osnovno« in brez tega ne moremo podati pozitivne ocene napredka anti-

[19] Pri Noltu (1978) gre za razvoj polne teorije množic v smereh, ki so podobne smerem Chihara (1990).

realističnih programov ali celo presoje, da so dosegli uravnotežen kompromis.[20] Kolikor vem, je naloga, ki jo obravnavamo, pred njimi.

Spomnimo se Quineove trditve, da ontologija in ontološka zavezanost nista pojma vsakdanjega naravnega jezika:

> Ontologija običajnega človeka je nejasna in neurejena ... Moramo ... priznati, da ograjena ontologija preprosto ni vsebovana v običajnem jeziku. Ideja meje med biti in ne-biti je ... ideja strokovne znanosti v širokem smislu ... Ontološka skrb je ... tuja laični kulturi, četudi je njen poganjek. (1981, str. 9)

Predlagam, da velja enako za to, kar se lahko imenuje »ideološka skrb«.

Pomemben sklep, ki ga je mogoče izpeljati iz vsega tega, je, da potrebujemo novo orodje za oceno ontologije/ideologije filozofske/znanstvene/matematične teorije. Zelo preprosto, Quineova teza ontologije-skozi-vezane-spremenljivke ne uspeva, če ideologija ni fiksirana, če ni minimalna. Še več, to merilo je popolnoma zavajajoče. Zaključujem z nekaj predlogi, ki merijo v smeri nadomestitve.

Krilatica strukturalizma je »matematika je znanost o strukturi«. Ker je bilo to stališče artikulirano drugje, bo tukaj zadostoval kratek povzetek (glej moje delo 1983, 1989, prav tako Resnikovo 1981, 1982, in, seveda, Hellmanovo 1989). Po mnenju strukturalizma predmet aritmetike, na primer, ni določena zbirka abstraktnih objektov, *teh* naravnih števil. Nasprotno, aritmetika je o struktur naravnih števil, obliki kateregakoli sistema objektov, ki ima izpostavljen za četni objekt in relacijo naslednika, katera zadošča načelu indukcije. Strukture naravnih števil uprimerja neskončno zaporedje različnih trenutkov časa, arabskih števil, Zermelovih števil, končnih (von Neumannovih) ordinalov itn.[21] Struktura naravnih števil je oblika, ki si jo delijo vsi ti sistemi. Podobno se realna analiza ukvarja s strukturo realnih števil, teorija množic s strukturo kumulativne hierarhije, topologija z različnimi topološkimi strukturami itn.

Kot prvi približek je predlagano merilo ontologije naslednje: teorija je zavezana vsaj strukturi ali strukturam, na katere se sklicuje in jih uporablja. Če dve teoriji vključujeta iste strukture ali če sistemi, ki ju opisujejo, uprimerjajo iste strukture, potem sta, vsaj kolikor seže matematika, njuni ontologiji identični.

Problem pri tem je, da ni odobrenega merila identitete med strukturama in tudi ne soglasja o tem, kdaj dva sistema uprimerjata enako strukturo. Resnik gre tako daleč, da dokazuje, da ne obstajajo dejstva, ali sta strukturi enaki ali različni. Če to pripeljemo do logičnega sklepa, dobimo absurd. Jasno je, če je sploh kaj, da se

[20] To ponavlja poanto, ki jo je naredil John Burgess na nedavni konferenci. Za lase je privlečeno, milo povedano, da nekdo, ki seje učil o logični možnosti v zelo zahtevnih seminarjih iz matematične logike, uporabljajoč knjigo, kakršna je knjiga Schoenfielda 1967, potem zahteva »osnovni«, pred-teoretični status za ta pojem. Enako velja za trditve konstruktibilnosti, če ne za pluralna kvantifikatorja.

[21] Iz vidika (čiste) matematike ni pomembno, ali je dana struktura uprimerjena v naravnem svetu ali ne. Do uporabe matematike v znanosti pride, vsaj delno, pri odkrivanju ali postuliranju uprimerjanj nekaterih struktur. Glej Shapiro, 1983. V korespondenci mi je Field enkrat izrazil vsaj domnevno pritrditev, daje strukturalizem filozofija matematike, vendar je dodal, da moramo govoriti o *možnih* strukturah, saj niso vse strukture (kolikor vemo) uprimerjene. Proti temu dodatku nimam ugovora, vendar ne vidim, kaj to temu stališču dodaja (ali odvzema). Predlagan dodatek je lahko še en primer manevra o zamenjavi modalnosti za ontologijo.

struktura naravnih števil razlikuje od strukture realnih števil. Nadalje, merilo identitete strukture je nujno, če je sam strukturalizem treba artikulirati z neko strogostjo. Trdim, da je merilo identitete strukture, ali nekaj podobnega, potrebno, če želimo oceniti ontologijo teorij, ki vključujejo matematiko (ali njen nadomestek). Če obstaja kakršnakoli nejasnost v relaciji identitete strukture, in tega ne izključujem, potem obstaja prav tako nejasnost v oceni ontologije/ideologije. V danem primeru to pomeni, da če ni določeno, ali sta dve strukturi identični ali če dva sistema uprimerjata enako strukturo, potem lahko tudi ni določeno, ali imata dve teoriji enako ontologijo. V tem ne vidim nobenega problema. Ocena ontologije/ideologije je lahko vprašanje stopnje, ne pa absolutna zadeva.

Zelo ostro merilo identitete strukture je izomorfizem, toda za naše namene je to preveč fino. Intuitivno so naravna števila v smislu seštevanja in množenja enake strukture kot naravna števila v smislu naslednika. Še več, dve teoriji (drugega reda) sta zgolj notacijski variaciji druga druge. Toda, strogo govoreč, strukturi nista izomorfni, ker sta funkciji različni. Resnik (1981) definira, da sta strukturi A, *B ekvivalentni*, če obstaja tretja struktura *C*, ki je pridobljena tako iz *A* kot *B* z dodajanjem določljivih relacij in/ali funkcij. Z drugimi besedami, struktura *A* je ekvivalentna strukturi *B*, če obstaja struktura *A'*, pridobljena iz A z dodajanjem določljivih relacij in/ali funkcij in struktura *B'* je pridobljena iz B z dodajanjem določljivih relacij in/ali funkcij, tako da je *A'* izomorfna *B'*. Ekvivalenca strukture lahko deluje kot relacija identitete med strukturama, vsaj s ciljem ocenjevanja ontologije. Ideja je, da če se dve teoriji sklicujeta na ekvivalentni strukturi, potem sta njuni ontologiji identični. V vsakem primeru se zdi jasno, da če dve teoriji označujeta ekvivalentni strukturi, potem nobena ne gre ajati prednosti zgolj zaradi ontoloških razlogov.

Sklep doslej ponavlja eno od osrednjih Wilsonovih (1981) tem. Naj bo ZF običajna Zermelo-Fraenkelova teorija množic in naj bo ZP »Zermelov-tip teorije množic, ki je zgrajena preko naravnih številih kot prvotnih elementov«. Glede na Quineovo merilo imata ZF in ZP različni ontologiji. Prva je zavezana samo množicam, medtem ko ima druga oboje, množice in števila (da ne omenjamo množic števil itn.). Wilson, povsem pravilno, ugotavlja, da

> »... bi mnogo (ali večina) matematikov verjetno imela pomisleke, češ da ontologija ZF dejansko vsebuje števila itn., ker vsebuje ω-zaporedje in metode za gradnjo potrebnih množic iz njega« (Wilson 1981, str. 413- 414).

In mišljena struktura ZF je dejansko ekvivalentna, v Resnikovem smislu, mišljeni strukturi ZP. To jemljem skoraj kot *reductio* proti Quineovim merilu. Za drug primer primerjajte teorijo, ki *identificira* realna števila z Dedekindovimi rezi (ali Cauchyjevimi zaporedji) racionalnih števil, s teorijo, ki jih ne. Slednja ohranja realna števila kot samostojna, pripominjajoč le, da so *soodvisna* z Dedekindovi rezi in Cauchyjevimi zaporedji. Intuitivno sta teoriji enaki, vsaj kolikor zadeva ontologijo. In spet, mišljeni strukturi sta ekvivalentni. Wilson mimogrede ugotavlja, da »katerokoli pojmovanje, da realnih števil ne bi smeli identificirati z množicami, predstavlja enako veliko nerazumevanje matematične ontologije kot trditev, da jih moramo«(1981, str. 415). Z drugimi besedami, to, kar je pomembno, je struktura.

V sliko še nismo vnesli ideologije. Preden se lotimo tega, opazimo, da imamo zdaj sredstva za delno obravnavo Fieldovega dela *Science Without Numbers* (1980). Struktura prostora-časa, kot je opisana v Fieldovi nominalistični fiziki, je ekvivalentna strukturi R v nekaterih sintetičnih relacijah (in ekvivalentna celotni strukturi RR", če je fiziki dodan poljuben okvir reference in merska enota – glej 2. opombo, zgoraj). Tukaj je situacija pravzaprav zrcalna podoba drugega glavnega sklepa Wilsona (1981), ki je, da ni nobenega ontološkega prihranka v teorijah, ki odstranijo »nezaželene« *fizikalne* predmete, na primer lastnosti, in jih nadomestijo z matematičnimi konstrukti, kot so množice – četudi množice tam vsekakor obstajajo. Field je naredil natančno nasprotno od tega in odstranil nekaj *matematične* ontologije ter jo nadomestil s predmeti iz fizikalne ontologije. Tukaj spet ne gre za nobeno pridobitev, ker sta strukturi ekvivalentni. Ti sistematično urejeni teoriji imata enako ontologijo, kljub Fieldovem argumentu, da je prostor-čas konkreten.[22]

To še vedno ne prilagodi Fieldove uporabe bolj močne matematike, skrite za modalnimi operatorji, niti ne prilagodi programe Hellmana, Chihare in tistih anti-realistov, ki uporabljajo Boolosov predlog. Ena strategija bi bila razširiti pojem strukture na modalno področje in govoriti o možnih strukturah, strukturi možnih sistemov itn. Nekaj premikov v tej smeri smo naredili v Shapiro (1989a), ki so motivirani z drugih strani. Če bi ta načrt izvedli, potem bi lahko rekli, da imata dve teoriji enako (matematično) ontologijo, če sta možni strukturi, ki ju priklicujeta, ekvivalentni ali če razni možni sistemi uprimerjajo ekvivalentne strukture. Za ta predlog se kajpada zdi, da popredmeti »možne strukture« ali »možne sisteme«, katerim se naši anti-realisti želijo izogniti. Skratka, če nalagamo model-teoretsko semantiko na modalne jezike, bi se izogibali prisotnim vprašanjem ali sicer začeli regres skozi meta-jezike.

Za sedanje namene bi potem bilo bolje neposredno pogledati same *teorije* in le posredno strukture, ki jih priklicujejo. Wilson govori o »formalni moči« teorij. Osrednji pojem je »medsebojna določljivost«, katere karakterizacija je izredno podobna Resnikovi ekvivalenci strukture:

> *T* in *T'* sta *medsebojno določljivi* teoriji, če in samo če – ko sta *T* in *T'* predelani, da si ne delita nobenega ne-logičnega besedišča -, obstaja teorija *T''*, ki predstavlja definicijsko razširitev tako *T* kot *T'*.

Vsaj za ne-modalne teorije obstaja neposreden odnos med medsebojno določljivostjo teorij in ekvivalenco struktur:

> Če je *T medsebojno določljiva* s *T'*, potem za vsak model ene teorije obstaja ekvivalenten model druge.

Wilson predlaga, da v nekaterih okoliščinah medsebojna določljivost rabi kot eno od meril za posedovanje enake (matematične) ontologije:

[22] Številni matematiki v mojem seminarju, so mi govorili, da Field ni izločil matematike iz Newtonove gravitacijske teorije. »Še zmeraj je tam«, so vsi vztrajali. V svojih pismih mi je Field poročal o podobnih opazkah matematikov in znanstvenikov. Namigoval je, da se ti strokovnjaki niso ukvarjali niti niso bili občutljivi za vprašanje ontologije. To je, seveda, verjetno res, toda moj prvi odziv je bil, da bi morali biti matematiki sposobni prepoznati matematiko, ko jo vidijo. Po stališču, kije tukaj razvito, so imeli matematiki prav. Tam je večina strukture evklidske geometrije, a struktura je tisto, kar je pomembno. Glej Shapiro (1989).

> »Splošna ugotovitev je, da je ontologijo matematika treba določiti *s formalnimi* lastnostmi strukture, ki jo on postulira... Trditev, da katerikoli dve teoriji, ki izpolnjujeta pogoje ..., delita ontologijo, bom imenoval *strukturalizem,* saj ta teza predstavlja verodostojno branje žvenketanja 'Matematiko samo zanima struktura vse do izomorfizma'. Sprejemanje strukturalizma ponudi drugačno oceno 'ontološke spremembe'... od te, ki smo se je mnogi od nas naučili, omamljeni, kot smo bili, od spretnih rezov Occamove britve ... Če kdo sprejema teorijo z določeno *formalno močjo,* potem ne more zanikati njene standardne ontologije, ne glede na to, v kakšni sintaktični preobleki se lahko njene trditve pojavijo« (Wilson 1981, str. 414, 419).

Čeprav je kontekst drugačen, je zadnji odlomek tema tega prispevka. Pojem medsebojne določljivosti se lahko razširi na naše modalne (in pluralne) primere na enostaven način. Dve teoriji *T*, *T'* sta *definicijsko ekvivalentni,* če obstaja funkcija f_1 od razreda stavkov teorije *T* k razredu stavkov teorije *T'* in funkcija f_2 od razreda stavkov teorije *T'* k razredu stavkov teorije *T*, tako da (1) funkciji f_1 in f_2 obe ohranjata resnico (ali teoremskost, če teoriji nimata mišljenih interpretacij) in (2) za katerikoli stavek Φ od *T*, je $f_1f_2(\Phi)$ v *T* ekvivalenten Φ, in za katerikoli stavek ψ od *T'*, je $f_1f_2(\psi)$ v *T'* ekvivalenten ψ. Spomnite se, da v nekaterih okoliščinah »prevodi« prejšnjih razdelkov predstavljajo taki funkciji f_1, f_2. *Definicijska ekvivalenca* je naravna posplošitev Wilsonove medsebojne določljivosti. V ne-modalnih primerih, na primer, če je teorija *T definicijsko ekvivalentna T'* in če prevajalni funkciji f_1, f_2 sestojita iz nanašanja eksplicitnih definicij na ne-logični besedišči *T* oziroma *T'*, potem je *T* medsebojno določljiva s *T'*, in je tako vsak model ene ekvivalenten modelu druge. Tako predlagam, da *definicijska ekvivalenca* rabi za merilo »formalne moči« modalnih ali ne-modalnih teorij in, z Wilsonom, da moramo ta pojem uporabiti kot pokaz, da sta mišljeni strukturi, in tako ontologiji, različnih teorij enaki. Če je teorija *T* definicijsko ekvivalentna *T'*, potem eni ne gre dajati prednosti pred drugo iz ontoloških razlogov.

To naše potovanje skozi strukturalizem je bilo dolgo, toda sklep je kratek. V 2. in 3. paragrafu zgoraj smo pokazali, da so teorije, ki so jih razvili Field (1980), Hellman (1989), Chihara (1990) in Boolos (1984, 1985), v nekaterih (verodostojnih) okoliščinah *definicijsko ekvivalentne* standardni, »realistovi« teoriji. Tako je mišljena struktura – in ontologija – vsake teorije enaka strukturi ustrezne realistove teorije, in ji ne gre dajati prednosti iz ontoloških razlogov.[23]

Literatura

Benacerraf, P. 1973: »Mathematical Truth«. *Journal of Philosophy* 70, str. 661-679.

[23] Najlepša hvala tistim, ki so prebrali prvo (predolgo) različico tega spisa in mi dali koristne nasvete. To so Charles Chihara, Jill Dieterle, Nicholas Goodman, Geoffrey Hellman, Robert Kraut, Lila Luce, David McCarty, Penelope Maddy, Michael Resnik, Neil Tennant, Mark Wilson in anonimni ocenjevalec.

Benacerraf, P. in Putnam, H., ur. 1983: *Philosophy of Mathematics*, druga izdaja, Cambridge: Cambridge University Press.

Bernays, P. 1935: »Platonism in Mathematics«, v Benacerraf in Putnam ur. 1983, str. 258-271.

Blackburn, S. 1984: *Spreading the Word.* Oxford: Clarendon Press.

Boolos, G. 1984: »To Be is to Be a Value of a Variable (or to be Some Values of Some Variables)«. *Journal of Philosophy* 81, str. 430-449.

Boolos, G. 1985: »Nominalist Platonism«. *Philosophical Review* 94, str. 327-344.

Burgess, J. 1984: »Synthetic Mechanics«. *Journal of Philosophical Logic* 13, str. 379-395.

Cartwright, N. 1983: *How the Laws of Physics Lie.* Oxford: Oxford University Press.

Chihara, C. 1973: *Ontology and the Vicious-circle Principle.* Ithaca, New York: Cornell University Press.

Chihara, C. 1990: *Constructibility and Mathematical Existence.* Oxford: Oxford University Press.

Chihara, C. 1992: »Modality without Worlds«, ustni nastop na Wittgenstein Symposium, Kirchberg, Austria.

Corcoran, J. W. Frank and Maloney, M. 1974: »String Theory«. *Journal of Symbolic Logic* 39, str. 625-637.

Dummett, M. 1973: »The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic«, v *Truth and Other Enigmas*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1978, str. 215-247.

Dummett, M. 1977: *Elements of Intuitionism.* Oxford: Oxford University Press.

Field, H. 1980: *Science Without Numbers.* Princeton: Princeton University Press.

Field, H. 1984: »Is Mathematical Knowledge Just Logical Knowledge?«. *Philosophical Review* 93, str. 509-552.

Field, H. 1985: »On Conservativeness and Incompleteness«. *Journal of Philosophy* 82, str. 239-260.

Field, H. 1991: »Metalogic and Modality«. *Philosophical Studies* 62, str. 1-22.

Gödel, K. 1944: »Russell's Mathematical Logic«, v Benacerraf in Putnam, ur. 1983, str. 447-469.

Hellman, G. 1989: *Mathematics Without Numbers.* Oxford: Oxford University Press.

Landman, F. 1989: »Groups«. *Linguistics and Philosophy* 12, str. 559-605 in 723-744.

Lewis, D. 1986: *On the Plurality of Worlds.* Oxford: Basil Blackwell.

Maddy, P. 1990: *Realism in Mathematics.* Oxford: Oxford University Press.

Nolt, J. 1978: *The Language of Set Theory*. Doktorska disertacija, The Ohio State University.

Putnam, H. 1967: »Mathematics without Foundations«. *Journal of Philosophy* 64, str. 5-22; tudi v Benacerraf and Putnam, ur. 1983, str. 295-311.

Putnam, H. 1971: *Philosophy of Logic*. New York: Harper Torchbooks.

Quine, W. V. O. 1969: *Ontological Relativity and Other Essays*. New York: Columbia University Press.

Quine, W. V. O. 1981: *Theories and Things*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Quine, W. V. O. 1986: *Philosophy of Logic*. Druga izdaja, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Resnik, M. 1981: »Mathematics as a Science of Patterns: Ontology and Reference«. *Noûs* 15, str. 529-550.

Resnik, M. 1982: »Mathematics as a Science of Patterns: Epistemology«, *Noûs* 16, str. 95-105.

Resnik, M. 1988: »Second-order Logic Still Wild«. *Journal of Philosophy* 85, str. 75-87.

Schoenfield, J. 1967: *Mathematical Logic*. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Publishing Company.

Shapiro, S. 1983: »Conservativeness and Incompleteness«. *Journal of Philosophy* 80, str. 521-531.

Shapiro, S. 1983a: »Mathematics and Reality«. *Philosophy of Science* 50, str. 523-548.

Shapiro, S. 1987: »Principles of Reflection and Second-order Logic«. *Journal of Philosophical Logic* 16, str. 309-333.

Shapiro, S. 1989: »Structure and Ontology«. *Philosophical Topics* 17, str. 145-171.

Shapiro, S. 1989a: »Logic, Ontology, Mathematical Practice«. *Synthese* 79, str. 13-50.

Shapiro, S. 1991: *Foundations Without Foundationalism: A Case for Second-order Logic*. Oxford: Oxford University Press.

Shapiro, S. 2003: »The Guru, the Logician, and the Deflationist: Truth and Logical Consequence«. *Noûs* 37, str. 113-132.

Wilson, M. 1981: »The Double Standard in Ontology«. *Philosophical Studies* 39, str. 409-427.