
David Lewis

Prevedel Borut Trpin

Verjetnosti pogojnikov in pogojne verjetnosti

Resnicoljuben govorec noče zatrjevati neresničnosti, zato bo zatrdil zgolj tisto, kar oceni za zelo verjetno resnično. Meni, da je trditev, da A , dopustno zatrditi zgolj, če je $P(A)$ dovolj blizu 1, pri čemer je P verjetnostna funkcija, ki predstavlja njegov sistem trenutnih stopenj prepričanj. Zatrdljivost določimo glede na subjektivno verjetnost.

Tako je vsaj v večini primerov. Ernest Adams je izpostavil očitno izjemo.¹ Vsaj v primeru običajnih indikativnih pogojnikov se zdi, da zatrdljivost določimo po pogojni subjektivni verjetnosti konsekvensa ob danem antecedensu. Funkcijo pogojne verjetnosti $P(-| -)$ definiramo kot kvocient absolutnih verjetnosti, tako kot je to v navadi:

$$(1) P(C|A) = {}^{\text{df}} P(CA)/P(A), \text{ če je } P(A) \text{ pozitiven.}$$

(Če je imenovalec $P(A)$ nič, pustimo $P(C|A)$ nedefiniran). Resnicoljuben govorec očitno dopušča zatrjevanje indikativnega pogojnika, da če A , potem C (na kratko, $A \rightarrow C$), če in samo če je $P(C|A)$ dovolj blizu 1. Ali, ekvivalentno: samo če je $P(CA)$ zadostno mnogo večji od $P(\bar{C}A)$.

Adams ponuja dve vrsti dokazov. Neposredne dokaze pridobimo ob soočenju s primeri, v katerih bi oziroma ne bi bili pripravljeni zatrditi različne indikativne pogojnike. Obstajajo tudi posredni dokazi, ki jih pridobimo ob preučevanju različnih sklepanj z indikativnimi pogojnimi premisami ali sklepi. Izkaže se, da sklepanja, ki se zdijo veljavna, ohranijo zatrdljivost, če zatrdljivost določamo po po-

¹ Ernest Adams, »The Logic of Conditionals«, *Inquiry*, 8 (1965), str. 166–197; in »Probability and the Logic of Conditionals«, *Aspects of Inductive Logic*, ur. Jaakko Hintikka in Patrick Suppes (Dordrecht, 1966). Kasnejših Adamsovih del na tem mestu ne bom obravnaval, razlikujejo pa se vsaj v poudarkih.

gojnih verjetnostih le v primeru pogojnikov, sicer pa po absolutni verjetnosti.² Druge konkurenčne hipoteze našega presojanja veljavnosti ne razložijo tako lično. Natančneje, ne skladajo se s hipotezo, da se nam zdijo veljavna samo tista sklepanja, ki ohranjajo resnico, če pogojnike obravnavamo resničnostno-funkcijsko.

Adams me je prepričal. Privzel bom kot sprejeto, da zatrdljivost običajnega indikativnega pogojnika $A \rightarrow C$ dejansko določamo glede na pogojno subjektivno verjetnost $P(C|A)$. Ampak zakaj? Zakaj ne raje glede na absolutno verjetnost $P(A \rightarrow C)$?

Najprijetnejša razlaga bi bila sledeča: Zatrdljivost $A \rightarrow C$ dejansko določamo glede na $P(A \rightarrow C)$; indikativni pogojniki pri tem niso izjeme. Določamo pa jo tudi po $P(C|A)$, kot pravi Adams; pomen $\rightarrow$ je tak, da vedno garantira enakovrednost $P(A \rightarrow C)$ in $P(C|A)$ (če je slednja definirana). Na kratko: *verjetnosti pogojnikov so pogojne verjetnosti*. To tezo predlagajo številni avtorji.³

Če je to tako, potem običajen indikativen pogojnik $A \rightarrow C$ ne more biti resničnostno-funkcijski pogojnik $A \supset C$. $P(A \supset C)$ in $P(C|A)$ sta enakovredna samo v določenih ekstremnih primerih. Indikativni pogojnik mora biti nekaj drugega: recimo *verjetnostni pogojnik*. Resničnostne pogoje za verjetnostne pogojnike lahko podamo ali pa tudi ne, vsekakor pa lahko o njihovem pomenu in njihovi logiki veliko izvemo že z uporabo tega, kar vemo o pogojni verjetnosti.

Žal ta najprijetnejša razlaga ne more biti resnična. Videli bomo, da pogojnega veznika ni mogoče razumeti tako, da bi bile verjetnosti pogojnikov z zadostno splošnostjo enakovredne pravim pogojnim verjetnostim. Če bi bile, bi verjetnosti pogojnikov lahko rabile kot vezni členi za vzpostavitev odnosa med verjetnostmi nepogojnikov, vendar pa se izkaže, da so na tak način vzpostavljeni odnosi nepravilni. Iskanje verjetnostnih pogojnikov je obsojeno na propad in priznati moramo, da se zatrdljivost v primeru indikativnih pogojnikov ne določa glede na absolutne verjetnosti.

² Natančneje, zatrdljivost ohranijo samo tista, ki zadostijo naslednjemu pogoju: za vsak pozitiven ϵ obstaja tak pozitiven δ , da če poljubna verjetnostna funkcija poljubni premisi določi zatrdljivost med δ do 1, ima potem tudi sklep zatrdljivost znotraj ϵ do 1.

³ Richard Jeffrey, »If« (povzetek), *Journal of Philosophy*, 61 (1964), str. 702–703; Brian Ellis, »An Epistemological Concept of Truth«, *Contemporary Philosophy in Australia*, ur. Robert Brown in C. D. Rollins (London, 1969); Robert Stalnaker, »Probability and Conditionals«, *Philosophy of Science*, 37 (1970), str. 64–80. Kasneje bomo preučili, če lahko tudi Adamsa štejemo za privrženca te teze.

Uvodne opombe

Denimo, da imamo interpretiran formalni jezik, ki je opremljen vsaj z običajnimi resničnostnimi vezniki, pa tudi z veznikom $\rightarrow$. S temi vezniki lahko sestavimo vse stavke v jeziku. Z interpretacijo imamo v mislih to, da ima vsak stavek v vsakem možnem svetu določeno resničnostno vrednost. Dva stavka sta *ekvivalentna*, če sta resnična v natančno istih svetovih, in *nekompatibilna*, če v nobenem svetu ni sta oba resnična. En stavek *implicira* drugega, če je drugi resničen v vseh svetovih, v katerih je prvi resničen. Stavek je *nujen*, *možen* ali *nemogoč*, če je resničen v vseh, nekaterih ali nobenem svetu. Verjetnostno funkcijo P si lahko zamislimo kot določanje številčnih vrednosti vsem stavkom v tem jeziku, pri čemer upoštevamo standardne zakone verjetnosti:

$$(2) 1 \geq P(A) \geq 0,$$

$$(3) \text{ Če sta } A \text{ in } B \text{ ekvivalentna, potem } P(A) = P(B),$$

$$(4) \text{ Če sta } A \text{ in } B \text{ nekompatibilna, potem } P(A \vee B) = P(A) + P(B),$$

$$(5) \text{ Če je } A \text{ nujen, potem } P(A) = 1.$$

Definicija (1) nam daje zakon množenja za konjunkcije.

Kadarkoli je $P(B)$ pozitiven, obstaja verjetnostna funkcija P' , da je $P'(A)$ vedno enakovreden $P(A|B)$; rečemo, da P' izvira iz P po pogojevanju z B . Razred verjetnostnih funkcij je *zaprt za pogojevanje*, če je vsaka verjetnostna funkcija, ki nastane s pogojevanjem na funkciji, ki je v razredu, tudi sama v razredu.

Denimo, da $\rightarrow$ razumemo na tak način, da je za neko določeno verjetnostno funkcijo P in za poljubna stavka A in C ,

$$(6) P(A \rightarrow C) = P(C|A), \text{ če je } P(A) \text{ pozitiven;}$$

če je tako, potem imenujmo $\rightarrow$ *verjetnostni pogojnik za P* . Če je $\rightarrow$ verjetnostni pogojnik za vsako verjetnostno funkcijo v nekem razredu verjetnostnih funkcij, potem imenujmo $\rightarrow$ *verjetnostni pogojnik za razred*. In če je $\rightarrow$ verjetnostni pogojnik za vse verjetnostne funkcije, torej da (6) drži za vsak P , A in C , potem imenujmo $\rightarrow$ *univerzalni verjetnostni pogojnik oz. enostavneje verjetnostni pogojnik*.

Opazimo, da če je $\rightarrow$ univerzalni verjetnostni pogojnik, tako da (6) vedno drži, potem vedno drži tudi (7):

$$(7) P(A \rightarrow C|B) = P(C|AB), \text{ če je } P(AB) \text{ pozitiven.}$$

Za izpeljavo (7), apliciraj (6) na verjetnostno funkcijo P' , ki nastane po P s pogojevanjem z B ; tak P' obstaja, če sta $P(AB)$ in torej tudi $P(B)$ pozitivna. (7) nato sledi po nekaj aplikacijah (1) in po enakovrednosti med $P'(-)$ in $P(-|B)$. Enako sledi, če je $\rightarrow$ verjetnostni pogojnik za razred verjetnostnih funkcij, in če je ta razred zaprt za pogojevanje. Potem (7) velja za poljubno verjetnostno funkcijo P v razredu, pa tudi za poljubna A in C . (Ne sledi pa, da če (6) drži za določeno verjetnostno funkcijo P , potem za ta isti P prav tako drži (7)).

Prvi trivialni rezultat

Predpostavimo na način *reductio*, da je $\rightarrow$ univerzalni verjetnostni pogojnik. Vzemimo poljubno verjetnostno funkcijo P in taka poljubna stavka A in C , da sta $P(A)$ in $P(A\bar{C})$ obe pozitivni. Sledi, da so pozitivne tudi $P(A)$, $P(C)$ in $P(\bar{C})$. Po (6) imamo:

$$(8) P(A \rightarrow C) = P(C|A).$$

Po (7), kjer B zamenjamo s C ali s $\bar{C}$ in poenostavimo desno stran, imamo:

$$(9) P(A \rightarrow C|C) = P(C|AC) = 1,$$

$$(10) P(A \rightarrow C|\bar{C}) = P(C|A\bar{C}) = 0.$$

Za poljuben stavek D imamo tudi znano razširitev po primerih:

$$(11) P(D) = P(D|C) \cdot P(C) + P(D|\bar{C}) \cdot P(\bar{C}).$$

Natančneje, nadomestimo D z $A \rightarrow C$. Potem zamenjamo (8), (9) in (10) v (11), da dobimo:

$$(12) P(C|A) = 1 \cdot P(C) + 0 \cdot P(\bar{C}) = P(C).$$

S pomočjo predpostavljenega verjetnostnega pogojnika smo prišli do sklepa, da če sta le $P(AC)$ in $P(A\bar{C})$ oba pozitivna, potem sta A in C verjetnostno neodvisna pod P . To je nesmiselno. Vzemimo primer, da je P subjektivna verjetnostna funkcija nekoga, ki bo vrgel kocko, za katero misli, da je poštena. Naj A pomeni, da vrže sodo število, in naj C pomeni, da vrže šestico. $P(AC)$ in $P(A\bar{C})$ sta pozitivna. Vendar pa, *contra* (12), $P(C|A)$ je $1/3$, $P(C)$ pa $1/6$; A in C nista neodvisna. Splošneje, naj bodo C , D in E možni, ampak paroma nekompatibilni. Imamo verjetnostne funkcije, ki vsem trem pripišejo pozitivno verjetnost; naj bo P katerakoli izmed njih. Naj bo A disjunkcija $C \vee D$. Potem sta $P(AC)$ in $P(A\bar{C})$ pozitivni, $P(C|A)$ in $P(C)$ pa neenakovredni.

Naša domneva, da je $\rightarrow$ univerzalni verjetnostni pogojnik, nas je privedla do nesmisla, ne pa do pravega protislovja. Če je dani jezik zadostno šibek v izrazni moči, potem našim sklepom ni mogoče ugovarjati. Mogoče sploh ne bi obstajali trije možni, ampak paroma nekompatibilni stavki, ki bi rabili kot protiprimer. Kljub temu bi bil tako šibek jezik lahko opremljen z univerzalnim verjetnostnim

pogojnikom. Seveda, pomislimo le na ekstremen primer jezika, v katerem obstajajo samo nujni in nemogoči stavki. V tem zelo trivialnem jeziku je resničnostno-funkcijski pogojnik že sam po sebi univerzalni verjetnostni pogojnik.

Če interpretiran jezik ne more ponuditi treh možnih in paroma nekompatibilnih stavkov, potem ga lahko upravičeno okličemo za *trivialen jezik*. Dokazali smo torej: *vsak jezik, ki vsebuje univerzalni verjetnostni pogojnik, je trivialen*.

Drugi trivialni rezultat

Ker naš jezik ni trivialen, potemtako tudi naš indikativni pogojnik ne more biti univerzalni verjetnostni pogojnik. S tem teza, da so verjetnosti pogojnikov pogojne verjetnosti, še ni popolnoma poražena. Morda bi zadoščal tudi verjetnostni pogojnik, ki ne bi bil povsem univerzalen. Konec koncev se ukvarjamo s subjektivno verjetnostjo: z verjetnostnimi funkcijami, ki služijo predstavljanju sistemov prepričanj različnih posameznikov. Ni nam potrebno domnevati, pa tudi sicer se zdi dokaj neprepričljivo, da katerakoli verjetnostna funkcija sploh predstavlja kakšnega izmed posameznikovih možnih sistemov prepričanj. Če bi bil naš indikativni pogojnik verjetnostni pogojnik za omejen razred verjetnostnih funkcij in če bi bil ta razred dovolj vključujoč, da bi vseboval katerokoli verjetnostno funkcijo, ki lahko predstavlja govorčev sistem prepričanj, potem bi to zadoščalo za razlago, zakaj indikativne pogojnike določamo po pogojni subjektivni verjetnosti.

Ko opustimo univerzalnost, je morda spodbudno videti, da za določene verjetnostne funkcije vsaj običajno obstajajo verjetnostni pogojniki. Ob dani funkciji P lahko ustvarimo ustrezno interpretacijo $\rightarrow$.⁴ Predpostavimo, da za poljubna A in C obstaja tak B , da sta $P(B|\bar{A})$ in $P(C|A)$ enakovredni, če sta obe definirani; predpostavka bi morala biti varna, ko je P verjetnostna funkcija, ki je dovolj bogata za predstavljanje posameznikovega sistema prepričanj. Če za poljubna A in C poljubno izberemo tak B in $A \rightarrow C$ interpretiramo kot ekvivalent $AC \vee \bar{A}B$, potem je $\rightarrow$ verjetnostni pogojnik za P . Tovrstno postopno ustvarjanje interpretacije pa ne ponudi vsega, kar želimo. Tudi če obstaja verjetnostni pogojnik za vsako verjetnostno funkcijo v razredu, ne sledi, da obstaja en verjetnostni pogojnik za celoten razred. Različni člani razreda bi lahko zahtevali različne interpretacije $\rightarrow$, da bi bile verjetnosti pogojnikov in pogojne verjetnosti enakovredne. Predvidoma ima naš indikativni pogojnik fiksno interpretacijo, enako za govorce z različnimi prepričanji in enako za posameznega govorca pred in po spremembi njegovih prepričanj. Kako bi se sicer sploh lahko ne strinjali glede pogojnikov ali pa spremenili svoje mišljenje? Naše vprašanje je potemtako, če ima indikativni pogojnik lah-

⁴ To ugotovitev dolgujem Basu van Fraassnu. Pokazal je tudi, da lahko z dobro izbiro B -jev, določimo $\rightarrow$ nekatere druge lastnosti, ki se morda zdijo primerne za pogojne veznike. Glej Bas van Fraassen, »Probabilities of Conditionals«, *Foundations of Probability and Statistics*, ur. W. Harper in C. A. Hooker (Dordrecht, izide 1975 ali 1976).

ko eno fiksno interpretacijo, po kateri je verjetnostni pogojnik za celoten razred vseh takih verjetnostnih funkcij, ki predstavljajo možne sisteme prepričanj.

Ta razred, kot lahko razumno domnevamo, je zaprt za pogojevanje. Racionalna sprememba prepričanj nikoli ne vodi do subjektivne verjetnostne funkcije izven razreda; obstajajo dobri razlogi, zakaj se morajo spremembe prepričanj, ki izvirajo iz spoznanja novih podatkov, odvijati s pogojevanjem na tem, kar smo se že naučili.⁵

Predpostavimo na način *reductio*, da je $\rightarrow$ verjetnostni pogojnik za razred verjetnostnih funkcij, in da je ta razred zaprt za pogojevanje. Argument se odvija zelo podobno kot prej. Vzemimo poljubno verjetnostno funkcijo P v razredu in taka poljubna stavka A in C , da sta $P(AC)$ in $P(A\bar{C})$ pozitivni. Zopet imamo (6) in potemtakem (8); (7) in potemtakem (9) in (10); (11) in potem po zamenjavi (12): $P(C|A)$ in $P(C)$ morata biti enakovredna. Če pa vzamemo tri take paroma nekompatibilne stavke C , D in E , da so $P(C)$, $P(D)$ in $P(E)$ vse pozitivne in če vzamemo A kot disjunkcijo $C \vee D$, potem so $P(AC)$ in $P(A\bar{C})$ pozitivne, $P(C|A)$ in $P(C)$ pa nista enakovredni. Takih treh stavkov torej ni. Dalje, P ima lahko največ štiri različne vrednosti. V nasprotnem primeru bi obstajali dve različni vrednosti P , takšna x in y , striktno vmesni med 0 in 1, da $x + y \neq 1$. Vendar potem, če $P(F) = x$ in $P(G) = y$, sledi, da so vsaj tri od $P(FG)$, $P(\bar{F}G)$, $P(F\bar{G})$ in $P(\bar{F}\bar{G})$ pozitivne, kar pa smo videli, da ni mogoče.

Če verjetnostna funkcija nikoli ne določi pozitivne verjetnosti več kot dvema nekompatibilnima alternativama, in ima potemtakem največ štiri vrednosti, jo lahko imenujemo *trivialna verjetnostna funkcija*. Dokazali smo naslednji teorem: *če je razred verjetnostnih funkcij zaprt za pogojevanje, potem za ta razred ne more obstajati noben verjetnostni pogojnik, razen če razred v celoti sestoji iz trivialnih verjetnostnih funkcij*. Ker pa nekatere verjetnostne funkcije, ki predstavljajo možne sisteme prepričanj, niso trivialne, naš indikativni pogojnik ni verjetnostni pogojnik za razred vseh takih verjetnostnih funkcij. Karkoli to pomeni, ne more imeti pomena, ki bi zagotovil, da so za vse možne subjektivne verjetnostne funkcije obenem verjetnosti pogojnikov enakovredne ustrezajočim pogojnim verjetnostim. Takega pomena ne moremo imeti. Dopustiti moramo, da zatrdljivosti indikativnih pogojnikov ne določamo po absolutni verjetnosti, in drugje iskati razlago, zakaj jo določamo po pogojni verjetnosti.

⁵ Razloge lahko najdemo v Paul Teller, »Conditionalization and Observation«, *Synthese*, 26 (1973), str. 218–258.

Indikativni pogojnik brez resničnostnih vrednosti

Zatrdljivost v splošnem določamo glede na verjetnost, saj verjetnost pomeni verjetnost resnice, govorec pa je resnicoljuben. Če to v primeru indikativnih pogojnikov ne velja, se razlog morda skriva v tem, da nimajo resničnostnih vrednosti, resničnostnih pogojev in verjetnosti resnice. Morda jim ne vlada semantično pravilo resnice, temveč pravilo zatrdljivosti.

Razumno lahko privzamemo, da je cilj semantike določitev prevladujočih pravil zatrjevanja. Večinoma lahko to storimo z določanjem resničnostnih pogojev plus s splošnim pravilom, da morajo govorci ostati resnicoljubni oziroma z drugimi besedami, da se zatrdljivost določa glede na verjetnost resnice. Včasih pa lahko to opravimo na drugačen način: npr. z določanjem resničnostnih pogojev za antecedens in konsekvens, ne pa za celotne pogojnike, plus s posebnim pravilom, da se zatrdljivost indikativnih pogojnikov določa glede na pogojno subjektivno verjetnost konsekvensa ob danem antecedensu. Zakaj pa ne? Zagotovo imamo pravico postaviti novo stavčno obliko, brez resničnostnih pogojev, ki omogoča gotovo vedenje, če so posameznikove pogojne subjektivne verjetnosti blizu 1. Potemtakem ne bi smelo biti presenetljivo, če ugotovimo, da tako sredstvo že imamo.

Zdi se, da je tudi Adams med privrženci te hipoteze o semantiki indikativnih pogojnikov.⁶ Priporoča nam, naj vprašanja o resnici vsekakor pustimo ob strani in naj se raje osredotočimo na zatrdljivost. Tukaj se zaplete: Adams *reče*, da so pogojne verjetnosti verjetnosti pogojnikov. Kljub temu pa s tem ne misli, da je indikativni pogojnik to, kar tu imenujem verjetnostni pogojnik; saj ne trdi, da so tako imenovane »verjetnosti«⁶ pogojnikov tudi verjetnosti resnice, in tudi ne trdi, da se držijo standardnih zakonov verjetnosti. Verjetnosti so samo po imenu. Adamsovo stališče je zato odporno na moje trivialne rezultate, ki smo jih dokazali z aplikacijo standardnih zakonov verjetnosti na verjetnosti pogojnikov.

Bi bilo smiselno domnevati, da indikativni pogojniki *nimajo* resničnostnih vrednosti, resničnostnih pogojev ali verjetnosti resnice, kljub temu pa *se* držijo standardnih zakonov? Ja, ampak zgolj če najprej vse te zakone prebesedimo, da se znebimo vseh omemb resnice. Še naprej moramo dovoliti neomejeno sestavljanje stavkov s pomočjo običajnih veznikov, tako da bo definicijsko območje naše verjetnostne funkcije Boolova algebra (taka je tudi standardna zahteva); ne moremo pa več domnevati, da imajo ti vezniki vedno svoje običajne resničnostno-funkcijske interpretacije, saj resničnostno-funkcijsko sestavljanje v primeru stavkov brez resničnostnih vrednosti nima nobenega smisla. Zato moramo izbrati nek deduktivni sistem – zadošča vsaka standardna formalizacija stavčne logike – in označiti običajne veznike glede na njihovo deduktivno vlogo v tem sistemu. Omembe ekvivalence, nekompatibilnosti in nujnosti v zakonih (3) do (5) moramo

⁶ »The Logic of Conditionals«.

zamenjati z omembo njihovih sintaktičnih nadomestkov v izbranem sistemu: inter-deducibilnost, deduktivna nekonsistentnost in deducibilnost. Na tak način bi lahko opisali verjetnostne funkcije v jeziku brez domneve, da so vse verjetnosti stavkov ali pa sploh katerikoli izmed njih verjetnosti resnice. Zatrldljivost bi lahko v večini primerov še naprej določali glede na verjetnost, ne bi pa to moglo več biti pravilo za govorce, ki skušajo govoriti resnico.

Če zanikamo, da so verjetnosti pogojnikov verjetnosti resnice, hkrati pa ohranimo vse standardne zakone verjetnosti v primerno prirejeni obliki, to še ne zadošča za varno obuditev teze, da so verjetnosti pogojnikov pogojne verjetnosti. Moji trivialni rezultati niso posledica povezovanja resnice in verjetnosti, temveč aplikacije standardne verjetnostne teorije na verjetnosti pogojnikov. Dokazi bi lahko temeljili na takšnih zakonih, ki bi namesto resnice omenjali deducibilnost. Kdor še naprej želi zagovarjati, da so verjetnosti pogojnikov pogojne verjetnosti, naj raje uporabi nestandardno računanje »verjetnosti«. Morda bo opustil zahtevo, da je definicijsko območje verjetnostne funkcije Boolova algebra, da bi iz jezika izključil konjunkcije s pogojnimi konjunktami. Morda pa omeji (4), zakon aditivnosti, s prepovedjo uporabe, ko disjunkta A in B vsebujeta pogojne konjunkte. Katerikoli izmed teh posegov bi moje dokaze zaustavil. Vendar če »verjetnosti« pogojnikov ne upoštevajo standardnih zakonov, potem ne vem, kakšna je prednost, če jih še naprej imenujemo »verjetnosti«. Zdi se mi, da stališča, kakršno je Adamsovo, najboljše izrazimo, če rečemo, da indikativni pogojniki nimajo niti resničnostnih vrednosti niti verjetnosti, in uvedemo nek nevtralen pojem, kakršna sta »zatrldljivost« ali »vrednost«, ki denotirata verjetnost resnice v primeru nepogojnikov in prikladno pogojno verjetnost v primeru indikativnih pogojnikov.

Nimam dokončnega ugovora hipotezi, da so indikativni pogojniki stavki brez resničnostnih vrednosti, ki jim vlada posebno pravilo zatrldljivosti brez vključevanja njihovih neobstoječih verjetnosti resnice. Kljub temu imam vsaj delen ugovor: hipoteza ima previsoko zahtevo, da vse postavimo na novo. Od nas zahteva veliko še nenarejenega dela in zapravi preveč tega, kar je bilo že storjeno. Na tej točki nimamo še ničesar razen pravila zatrldljivosti za pogojnike z antecedensi in konsekvensi, ki imajo resničnostne vrednosti. Kaj pa sestavljeni stavki, ki imajo tovrstne pogojnike za člene? Zdi se nam, da vemo, kako so resničnostni pogoji za sestavljene stavke različnih vrst določeni z resničnostnimi pogoji sestavnih podstavkov. To znanje bi bilo neuporabno, če bi katerikoli izmed teh podstavkov ne imel resničnostnih pogojev. Potrebujemo bodisi nova semantična pravila za mnoge znane veznike in operatorje, kadar jih apliciramo na indikativne pogojnike – morda pravila resnice, morda posebna pravila zatrldljivosti, kakršno je pravilo za same pogojnike – ali pa moramo umakniti vse očitne primere sestavljenih stavkov s pogojnimi členi.

Resničnostno-funkcijski indikativni pogojnik

Na srečo obstaja tudi zmernejša hipoteza. H. P. Grice na eleganten način razloži določena kvalitativna pravila, ki določajo zatrdljivost indikativnih pogojnikov.⁷ Izkaže se, da dobimo s kvantitativno hipotezo, osnovano po Griceovih idejah, točno to, kar iščemo: pravilo, da zatrdljivost določamo po pogojni subjektivni verjetnosti.

Po Griceu naj bi indikativni pogojniki *imeli* resničnostne vrednosti, resničnostne pogoje in verjetnosti resnice. Indikativni pogojnik $A \rightarrow C$ je dejansko kar resničnostno-funkcijski pogojnik $A \supset C$. Vendar pa se resničnostno-funkcijski pogojnik ne ravna zgolj po $P(A \supset C)$, svoji subjektivni verjetnosti resnice. Ravna se po rezultanti tega in še nečesa drugega.

Lahko se zgodi, da je govorec prepričan v resničnost resničnostno-funkcijskega pogojnika, a ga ne bi smel zatrditi. Zatrdljivost se lahko zmanjša zaradi različnih razlogov, natančneje si oglejmo predvsem enega. Govorec naj pogojnika ne bi zatrdjeval, če je prepričan v njegovo resničnost predvsem na podlagi prepričanja, da je antecedens neresničen, tako da je verjetnost resnice odvisna predvsem od verjetnosti prazne resnice. Zakaj bi v tej situaciji zatrdjeval pogojnik, ne pa zanikal antecedensa? V tem ni nobenega smisla. In če je nesmiselno, potem je še hujše od nesmiselnega: zavajajoče je. Poslušalec, ki zaupa govorcju, da ne zatrdjuje nesmiselno, bo domneval, da tega ni storil. Nato bo napačno sklepal, da ima govorec razen tega, da zavrača prepričanje v antecedens, še kak dodaten razlog za prepričanje, da je pogojnik resničen.

Ta opazka se odmika od zatrdljivosti $A \supset C$ do te mere, da držita oba pogoja: najprej, da je verjetnost $P(\bar{A})$ praznosti visoka; in drugič, da verjetnost $P(\bar{C}|A)$ neresničnosti predstavlja velik delež celotne verjetnosti $P(A)$ nepraznosti. Produkt

$$(13) P(\bar{A}) \cdot P(\bar{C}|A)|P(A))$$

stopnje, pri kateri se združita oba pogoja, je torej primerno merilo zmanjšanja zatrdljivosti. Če vzamemo verjetnost $P(A \supset C)$ resnice in odštejemo zmanjšanje zatrdljivosti, kot ga izmerimo s (13), dobimo primerno merilo za rezultanto zatrdljivosti:

$$(14) P(A \supset C) - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{C}|A)|P(A)).$$

(14) lahko z uporabo standardne teorije verjetnosti poenostavimo in ugotovimo, da je rezultanta zatrdljivosti, verjetnost resnice minus zmanjšanje po (13), enakovredna pogojni verjetnosti $P(C|A)$. To je tudi razlog, zakaj zatrdljivost določamo glede na pogojno verjetnost.

⁷ H. P. Grice, »Logic and Conversation«, iz The William James Lectures predavanj na Harvard University leta 1967.

Zmanjšanje zatrdljivosti zaradi takih razlogov ni posebnost pogojnikov. Pojavi se tudi pri neproblematičnih resničnostno-funkcijskih konstruktih, kakršen je zanižana konjunkcija. Nabiramo gobe; rečem ti: »Te gobe ne boš pojedla in prežive-la«. Nesramen trik: ocenil sem, da je goba varna in prav posebej okusna. Želel sem jo zase, tako da sem upal, da je ne vzameš. Pri tem pa sploh nisem lagal. Ocenil sem, da je visoko verjetno, da bo moj trik deloval; da je ne boš vzela in se bo posledično izkazalo, da govorim resnico. Čeprav je imela moja izjava visoko subjektivno verjetnost resnice, je bila njena zatrdljivost nizka in je ne bi smel zatrjevati. Njene zatrdljivosti ne določamo zgolj po verjetnosti, temveč po rezultanti verjetnosti in popravka, ki upošteva nesmiselnost in zavajanje zanikanja konjunkcije ob prepričanju, da je konjunkcija neresnična, ker ne verjamemo v enega izmed konjunktov. Seveda bi se le redki trudili z razlago nizke zatrdljivosti moje izjave tako, da bi zanikali običajno resničnostno-funkcijsko semantiko negacije in konjunkcije in bi namesto tega predlagali posebno verjetnostno pravilo zatrdljivosti.

Obstaja še več pomislekov, ki nas odmikajo od zatrdljivosti. Zakaj bi se ustavili pri (14)? Zakaj ne dodamo več pojmov, ki upoštevajo zmanjšano zatrdljivost žaljivk, nerelevantnosti, dolgega hvalisanja, ohromljenega zaupanja in tako naprej? Morda je del razloga v tem, da so, za razliko od zmanjšane zatrdljivosti v primeru pogojnikov z neverjetnimi antecedenci, ti drugi primeri v veliki meri odvisni od različnih vidikov pogovornega konteksta. V logiki smo navajeni, da stavke in sklepe preučujemo v abstrakciji od konteksta. Tako je razumljivo, če so ob filozofiranju naše sodbe bodisi zatrdljivosti ali pa sklepov, ki ohranjajo zatrdljivost, določene z mero zatrdljivosti kot je (14), torej $P(C|A)$, v kateri so bolj kontekstualno odvisne dimenzije zatrdljivosti izpuščene.

Ostaja pa tudi resnejši problem. Kaj je s pogojniki, ki so visoko verjetni predvsem zaradi verjetnosti konsekvensa? Če smo na pravi sledi, potem se zdi, da bi tudi v tem primeru morali zmanjšati zatrdljivost, in to tako, da bi se to pokazalo tudi v abstrakciji izven konteksta: lahko trdimo, da je v tem primeru nesmiselno, zato pa tudi zavajajoče, namesto konsekvensa zatrjevati pogojnik. To domnevno zmanjšanje je izpuščeno, mislim, da upravičeno, če merimo zatrdljivost pogojnika $A \supset C$ (v abstrakciji od konteksta) po $P(C|A)$. Če sta A in C verjetnostno neodvisna in imata oba verjetnost $.9^*$, potem je verjetnost pogojnika (.91) taka predvsem zaradi verjetnosti konsekvensa (.9), hkrati pa je pogojna verjetnost $P(C|A)$ visoka (.9), zato štejemo pogojnik za zatrdljivega. Zdi se, da je res tako, vsaj v nekaterih takih primerih: »Verjetno bom padel in ni važno, če se učim; Padel bom če se učim in padel bom, če se ne«.

* Op. prev.: Ko Lewis število piše s piko, tako kot tukaj (».9«) oziroma kasneje .91, s tem misli na 0,9 oz. 0,91.

Odsotnost znatnega zmanjšanja v primeru verjetnega konsekvensa najboljše pojasnim s priznanjem, da pogovorni nesmisli niso odločilni. So zgolj tendence k zmanjšani zatrdljivosti, tendence, ki so lahko ali pa tudi ne pogovorno okrepljene. V primeru neverjetnih antecedensov so močno okrepljene. V primeru verjetnega konsekvensa očitno niso.

S tem priznanjem zmanjšujem razmik med mojo trenutno hipotezo, da so indikativni pogojniki resničnostno-funkcijski in konkurenčno hipotezo, da so brez resničnostnih vrednosti, določamo pa jih s posebnim pravilom zatrdljivosti. Resničnostni pogoji plus splošne pogovorne omejitve pa še ne prinašajo cele zgodbe. Približujejo se določitvi zatrdljivosti pogojnikov, vendar pa za zaključek naše naloge potrebujemo še ločene dogovore. Namen pripisovanja resničnostnih vrednosti indikativnim pogojnikom ni, da se v celoti znebimo posebnih pravil zatrdljivosti.

Namen pripisovanja resničnostnih pogojev je bolj v tem, da pridobimo vsaj *prima facie* teorijo resničnostnih pogojev in zatrdljivosti sestavljenih stavkov s pogojnimi členi. Ni potrebno, da zavremo kakršnokoli splošno znanje, ki ga imamo o načinih, kako so resničnostni pogoji sestavljenih stavkov odvisni od resničnostnih pogojev svojih členov. To bi bilo morda celo narobe. Odkrili smo razločljivo razhajanje med zatrdljivostjo in verjetnostjo v primeru samih pogojnikov, in takih razhajanj je v primerih sestavljenk iz pogojnikov morda še več. (Zdi se npr., da zatrdljivosti zanikanega pogojnika ne določamo glede na verjetnost resnice, temveč ga inverzno spremenimo z zatrdljivostjo pogojnika). V tem prispevku ne bomo mogli pregledati dokaznega gradiva, razumljivo pa lahko upamo, da takih razhajanj ni preveč, ali pa da vsaj niso pretežavna za razlago, da bi uničila razlagalno moč hipoteze, da so indikativni pogojniki resničnostno-funkcijski.

Verjetnosti Stalnakerjevih pogojnikov

Najbolj celovito obravnavo teze, da so pogojne verjetnosti enake verjetnosti pogojnikov, najdemo v nekaterih zapisih Roberta Stalnakerja.⁸ Stalnakerjev pogojni veznik $>$ ima v grobem naslednje resničnostne pogoje: pogojnik $A > C$ je resničen, čče najmanj drastična revizija dejstev, da bi bil A resničen, vodi do resničnosti C -ja. Stalnaker domneva, da ta interpretacija pomeni, da sta $P(A > C)$ in $P(C|A)$ enakovredna, kadarkoli je $P(A)$ pozitiven. Poda tudi nekaj omejitev $P(A > C)$ za primere, ko je $P(A)$ nič, kar razloži z uporabo razširjenega pojma pogojne verjetnosti, ki nas na tem mestu ne zanima.

⁸ »Probability and Conditionals«. Stalnakerjev pogojnik prvič nastopi v Robert Stalnaker, »A Theory of Conditionals«, *Studies in Logical Theory*, ur. Nicholas Rescher (Oxford, 1968). Stalnakerjev pogojnik sem obravnaval v *Counterfactuals* (Oxford, 1973), str. 77–83, kjer sem trdil, da je zelo podobna interpretacija kot Stalnakerjeva pravilna za protidejstvenike, napačna pa za indikativne pogojnike.

Stalnaker svojo domnevo podpre s prikazovanjem skladnosti med dvema vrstama veljavnosti. Izkaže se, da so vedno resnični stavki, pod Stalnakerjevimi resničnostnimi pogoji, natančno tisti, ki imajo pod njegovo hipotezo o verjetnostih pogojnikov vedno pozitivno verjetnost. Ta dokaz ima kar nekaj teže, ni pa odločilen. V modalni logiki poznamo primere, kjer npr. zelo različne interpretacije jezika podpirajo natanko iste stavke. In naši trivialni rezultati vsekakor kažejo, da Stalnakerjeve domneve ne morejo biti resnične, razen če se osredotočimo zgolj na trivialne verjetnostne funkcije.⁹

Kot bomo videli, so Stalnakerjeve domneve skoraj pravilne. Verjetnosti Stalnakerjevih pogojnikov v splošnem niso enakovredne ustrežajočim pogojnim verjetnostim.¹⁰ Imajo pa nekaj lastnosti pogojnih verjetnosti.

Možna celotnost dejstev ustreza možnemu svetu; zato revizija dejstev ustreza prehodu iz enega sveta v drugega. Za vsak dani svet W in (možni) antecedens A , naj bo W_A svet, ki ga dobimo z najmanj drastično revizijo dejstev v W , da je A resničen. Pri tem ne smemo napraviti nobene neupravičene revizije: W_A se lahko od W razlikuje samo toliko, da lahko A drži, in nič več. Med usklajevanjem po podobnosti in razlikah glede na pomembnost, ki jim jo pripišemo, mora biti W_A v celotni podobnosti najbližji W -ju med svetovi, kjer je A resničen. Stalnakerjev pogojnik $A > C$ je v svetu W potem resničen, če je C resničen v W_A , v W -ju najbližem A -svetu. (V primeru, da je A nemogoč, da torej ni nobenega možnega A -sveta, ki bi služil kot W_A , vzamemo $A > C$ za prazno resničnega v vseh svetovih. Zaradi enostavnosti tukaj govorim samo o absolutni nemožnosti; Stalnaker operira z nemožnostjo glede na svetove). Uvedimo naslednjo notacijo:

$$(15) W(A) = \text{df } \begin{cases} 1, & \text{če je } A \text{ resničen v svetu } W \\ 0, & \text{če je } A \text{ neresničen v } W \end{cases}$$

⁹ Ko enkrat ugotovimo, da Stalnakerjev pogojnik ni verjetnostni pogojnik, pridobi logično sovpadanje poseben pomen. Hipoteza, da zatrdljivost indikativnih pogojnikov določamo glede na pogojno verjetnost, čeprav jo neposredni dokazi še naprej zadostno podpirajo, ni več edini kandidat za razlago naših sodb o veljavnosti sklepanj z indikativnimi pogojnimi premisami ali sklepi. Iste sodbe lahko razložimo tudi s hipotezo, da je indikativni pogojnik Stalnakerjev pogojnik in da za veljavna presojo tista sklepanja, ki ohranjajo resničnost.

¹⁰ Čeprav verjetnosti Stalnakerjevih pogojnikov in ustrežajočih pogojnih verjetnosti ne morejo vedno biti enake, pa pogosto so. Enakovredne so vedno, ko je pogojnik (in morda kakšno ne-pogojno stanje stvari, od katerega je odvisen) verjetnostno neodvisen od antedecensa. Na primer, moje trenutne subjektivne verjetnosti so take, da je pogojna verjetnost, da bom v žepu našel kovanec ob pogoju, da ga iščem, enakovredna verjetnosti pogojnika »Iščem kovanec > najdem ga«. Razlog, da sta oba primera enakovredna je v absolutni verjetnosti, da imam zdaj v žepu kovanec.

Za neprazne Stalnakerjeve pogojnike lahko potem resničnostne pogojnike podamo na nasleden način:

$$(16) W(A > C) = W_A(C), \text{ če je } A \text{ možen.}$$

Od te točke dalje bo prikladno, če se pretvarjamo, da obstaja samo končno število možnih svetov. To bo trivializiralo izračunavanje, ne bo pa popačilo naših zaključkov. Potem si lahko zamislimo verjetnostno funkcijo P kot distribucijo verjetnosti preko svetov. Vsak svet W ima verjetnost $P(W)$, verjetnosti teh svetov pa se seštejejo v 1. Iz verjetnosti svetov se na verjetnosti stavkov vrnemo s seštevanjem verjetnosti svetov, kjer je stavek resničen:

$$(17) P(A) = \sum_W P(W) \cdot W(A).$$

Predpostavljam tudi, da so svetovi razločljivi: za poljubna dva so nekateri stavki v enem resnični, v drugem pa ne. S tem izključimo pojave, ki bi nastali, če bi bil naš jezik zadostno pomanjkljiv v izrazni moči.

Za poljubno dano verjetnostno funkcijo P in poljubni možni A , obstaja taka verjetnostna funkcija P' , da je za vsak svet W' ,

$$(18) P'W' = \sum_W P(W) \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ če je } W_A W' \\ 0 \text{ v nasprotnem primeru} \end{array} \right\}.$$

Recimo, da P' izvira iz P po upodobitvi na A , in naj bo P' slika P -ja na A . Intuitivno rečeno, sliko verjetnostne funkcije na A oblikujemo s premeščanjem začetne verjetnosti vsakega sveta W v W_A , W -ju najbližji A -svet. Verjetnost premikamo naokrog, ne pa ustvarimo ali uničimo, tako da verjetnosti svetov še vedno seštejejo v 1. Vsak A -svet ohrani kakršnokoli verjetnost je imel v začetku, saj je v primeru, da je W A -svet, potem W_A kar sam W , lahko pa tudi pridobi dodatne deleže verjetnosti, ki jih premestimo iz $\bar{A}$ -svetov. $\bar{A}$ -svetovi ne ohranijo nobene začetne verjetnosti in je tudi ne pridobijo. Vsa verjetnost je skoncentrirana v A -svetovih. Tega nismo dobili s kakšnim samovoljnim premikanjem verjetnosti. Vsak delež ostane kar najbližje svetu, v katerem je bil na začetku.

Predpostavimo, da P' sledi iz P preko upodobitve na A , in pogledimo poljuben stavek C .

$$\begin{aligned} (19) P'(C) &= \sum_{W'} P'(W') \cdot W'(C), \text{ po (17), ki jo uporabimo na } P'; \\ &= \sum_{W'} \left(\sum_W P(W) \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ če je } W_A W' \\ 0 \text{ v nasprotnem primeru} \end{array} \right\} \right) \cdot W'(C), \text{ po (18);} \\ &= \sum_W P(W) \cdot \left(\sum_{W'} \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ če je } W_A W' \\ 0, \text{ v nasprotnem primeru} \end{array} \right\} \cdot W'(C) \right), \text{ po algebri;} \\ &= \sum_W P(W) \cdot W_A(C), \text{ s poenostavitvijo notranje vsote;} \\ &= \sum_W P(W) \cdot W(A > C), \text{ po (16);} \\ &= P(A > C), \text{ po (17).} \end{aligned}$$

Dokazali smo teorem: *verjetnost Stalnakerjevega pogojnika z možnim anteceden-
som je verjetnost konsekvensa po upodobitvi na antecedensu.*

Pogojevanje je en način revizije dane verjetnostne funkcije, s katerim prenesemo gotovost – verjetnost 1 – na dan stavek. Upodobitev je drug način z istim ciljem. Ti dve metodi se v splošnem ne skladata. (Primer: naj bodo $P(W)$, $P(W')$ in $P(W'')$ vsaka enaka $1/3$; naj A drži v W in W' , ne pa v W'' ; in naj bo $W' W''$ -ju najbližji A -svet. Potem verjetnostna funkcija, ki sledi iz P po pogojevanju na A , določi verjetnost $1/2$ tako W kot W' ; dočim verjetnostna funkcija, ki sledi P po upodobitvi na A , W -ju določi verjetnost $1/3$ in W' -ju $2/3$). Čeprav se metodi razlikujeta, lahko obe uporabimo za minimalne revizije: za revizijo dane verjetnostne funkcije, kolikor je potrebna, da je dan stavek gotov, ampak nič več. Upodobitev P na A poda minimalno revizijo v tem smislu: za razliko od ostalih revizij P -ja, ki A -ju zagotovijo gotovost, ne vključuje nobenih samovoljnih premikov verjetnosti iz svetov v nepodobne svetove. Pogojevanje P -ja na A podaja minimalno revizijo v tem drugem smislu: za razliko od vseh ostalih revizij P -ja, ki A -ju zagotovijo gotovost, ne popači profila verjetnostnih razmerij, enakosti in neenakosti med stavki, ki implicirajo A .¹¹

Stalnakerjeva domneva se razdeli v dva dela. En del je resničen: verjetnost nepraznih Stalnakerjevih pogojnikov je verjetnost konsekvensa po minimalni reviziji začetnih verjetnostnih funkcij, ki zagotovijo gotovost antecedensa. Ni pa res, da ta minimalna revizija deluje preko pogojevanja. Prej bi morala delovati preko upodobitve. Le ko obe metodi podata enake rezultate, je verjetnost Stalnakerjevega pogojnika enaka ustrezajoči pogojni verjetnosti.

Stalnaker podaja sledeča navodila za odločanje, ali verjamemo v pogojnike.¹²

»Najprej (hipotetično) dodaj antecedens v svoj nabor prepričanj; nato izvedi katerekoli prilagoditve so potrebne za ohranitev konsistentnosti (ne da bi spreminjal hipotetično prepričanje v antecedens); na koncu presodi ali konsekvens je oziroma ni resničen«.

To drži za Stalnakerjeve pogojnike, če navidezna revizija prepričanj deluje preko upodobitve. Odlomek pa kaže, da moramo navidezno napraviti tako vrsto revizije, ki bi se zgodila, če bi bil antecedens zares dodan v nabor prepričanj. To je narobe. Če bi bil antecedens zares dodan, potem bi morali (če bi bilo možno) revidirati preko pogojevanja. Razlogi za odzivanje na nove dokaze preko pogojevanja so prav razlogi, zakaj se ne bi raje odzvali preko upodobitve.

¹¹ Teller, »Conditionalization and Observation«.

¹² »A Theory of Conditionals«, str. 102.

Pogojniki revizije verjetnosti

Predpostavimo, da veznik $\rightarrow$ interpretiramo tako, da za poljubno verjetnostno funkcijo P in poljubna stavka A in C velja

$$(20) P(A \rightarrow C) = P_A(C), \text{ če je } A \text{ možen,}$$

pri čemer je P_A (v nekem smislu) minimalna revizija P -ja, ki zviša verjetnost A -ja na 1. Če je tako, imenujmo $\rightarrow$ *pogojnik revizije verjetnosti*. Ali kaj takega sploh obstaja? Videli smo, da je to odvisno od metode revizije. Pogojevanje dá revizijo, ki je minimalna v enem smislu; in če je P_A rezultat pogojevanja (kadar je to možno), potem ne obstaja noben pogojnik revizije verjetnosti (razen če je jezik trivialen). Upodobitev dá revizijo, ki je minimalna v drugačnem smislu; in če je P_A rezultat upodobitve, potem je Stalnakerjev pogojnik pogojnik revizije verjetnosti. Nedvomno obstajajo tudi druge metode revizije, ki dajo minimalne revizije v drugih smislih, ki jih še nismo upoštevali. Ali so še kakšne druge metode, ki nam, podobno kot upodobitev in drugače kot pogojevanje, lahko dajo pogojnike revizije verjetnosti? Kot bomo videli, jih ni. Edina možnost, da imamo pogojnike verjetnostne revizije, je, da interpretiramo pogojnike na Stalnakerjev način in jih revidiramo z upodobitvijo.

Ker se nismo omejili na določeno metodo revidiranja verjetnostnih funkcij, moramo našo definicijo pogojnikov revizije verjetnosti razumeti kot potihem odvisno od metode. Če želimo biti vsaj delno eksplicitni, imenujmo $\rightarrow$ *pogojnik revizije verjetnosti za dano metodo*, čče (20) v splošnem drži, ko je P_A revizija pridobljena po tej metodi.

Tudi našo definicijo Stalnakerjevega pogojnika moramo razumeti kot potihem odvisno od metode revidiranja svetov. Stalnakerjeve resničnostne pogoje smo namerno pustili nedoločene v točki, kjer omenjajo minimalne revizije danega sveta, da bi bil antecedens resničen. S svetovi, kot z verjetnostnimi funkcijami, različne metode dajo revizije, ki so v različnih smislih minimalne. Seveda lahko vsako metodo opišemo kot tisto, ki izbira najbližje svetove antecedensov glede na skupno podobnost začetnemu svetu; vendar pa bodo različne metode temu opisu ustrezale pod različnimi razrešitvami nejasnosti podobnosti. Razrešitve bodo poudarile različne vidike primerjave. Bodimo eksplicitni in imenujmo $\rightarrow$ *Stalnakerjev pogojnik za dano metodo revidiranja svetov*, čče (16) drži v splošnem, ko W_A razumemo kot revizijo, ki jo pridobimo s to metodo (in je $A \rightarrow C$ resničen v vseh svetovih, če je A nemožen). O »tem« Stalnakerjevem pogojniku sem govoril le ohlapno, bo pa zato bolje, da govorim v množini o Stalnakerjevih pogojnikih za različne metode revidiranja svetov.

Zanimajo nas samo tiste metode revizije, za svetove in verjetnostne funkcije, za katere lahko menimo, da nudijo v nekem smislu minimalne revizije. Ne pričakujemo, da bomo lahko na kakršen koli natančen način določili, za natanko katere metode gre, lahko pa navedemo nekaj formalnih zahtev, ki jim taka metoda mora zadostiti. Stalnaker je podal zahteve za revizijo svetov, vendar *mutatis mutandis* zdržijo tudi za revizijo verjetnostnih funkcij. Prvič: minimalna revizija za dosego nekega cilja mora biti taka, da cilj tudi doseže. V primeru svetov mora biti W_A tak svet, kjer je A resničen; v primeru verjetnostnih funkcij, mora P_A A -ju določiti verjetnost 1. Drugič: ko ne potrebujemo revizije, je niti ne sme biti. V primeru svetov velja, da če je A že resničen v W , mora potem W_A biti kar W sam; v primeru verjetnostnih funkcij pa, če je $P(A)$ že 1, mora P_A potem biti kar sama P . Tretjič: metoda mora biti konsistentna v svojih primerjavah. V primeru svetov velja, da če je B resničen v W_A in je A resničen v W_B , potem morata biti W_A in W_B ista; sicer bi W_A obravnavali hkrati kot večjo in manjšo revizijo W -ja kot je W_B . Podobno velja za verjetnostne funkcije; če sta $P_A(B)$ in $P_B(A)$ obe 1, potem morata biti P_A in P_B enaki.

Imenujmo poljubno metodo revizije svetov ali verjetnostnih funkcij *primerno*, če zadosti tem trem zahtevam. Opažamo, da so bile metode revidiranja verjetnostnih funkcij, ki smo jih preučevali, vsekakor primerne. Pogojevanje je primerna metoda; ali, natančneje, pogojevanje lahko razširimo v primerno metodo, ki jo lahko apliciramo na poljubno verjetnostno funkcijo P in poljuben možen A . (Izberimo neko fiksno arbitrarno dobro urejenost vseh verjetnostnih funkcij. V primeru, da P_A ne moremo pridobiti s pogojevanjem, saj je $P(A)$ nič, naj bo glede na arbitrarno urejanje prva med verjetnostnimi funkcijami, ki A -ju določijo, 1). Tudi upodobitev je primerna metoda. Natančneje, upodobitev na osnovi poljubne primerne metode revidiranja svetov je primerna metoda revidiranja verjetnostnih funkcij.

Naš teorem iz prejšnje sekcije lahko postavimo tudi na sledeč način. Če je $\rightarrow$ Stalnakerjev pogojnik za poljubno primerno metodo revidiranja svetov, potem je $\rightarrow$ tudi pogojnik revizije verjetnosti za primerno metodo revidiranja verjetnostnih funkcij; natančneje, za metodo, ki deluje preko upodobitve na osnovi dane metode za revidiranje svetov. Dokažimo tudi v drugo smer: če je $\rightarrow$ pogojnik verjetnostne revizije za primerno metodo revidiranja verjetnostnih funkcij, potem je $\rightarrow$ tudi Stalnakerjev pogojnik za ustrezno metodo revidiranja svetov. Na kratko, pogojniki revizije verjetnosti so natanko Stalnakerjevi pogojniki.

Predpostavimo, da imamo neko primerno metodo revidiranja verjetnostnih funkcij in domnevajmo, da je $\rightarrow$ pogojnik revizije verjetnosti za to metodo.

Najti moramo metodo revidiranja svetov; zato preglejmo revizijo določene posebne verjetnostne funkcije, ki je v bijektivni korespondenci s svetovi. Za vsak posamezen svet W obstaja verjetnostna funkcija P , ki vso verjetnost podeli svetu W , drugim svetovom pa nobene. Potemtakem po (17) za vsak stavek A velja,

$$(21) P(A) = \begin{cases} 1, & \text{če je } A \text{ resničen v } W \\ 0, & \text{če je } A \text{ neresničen v } W \end{cases} = W(A)$$

Imenujmo tako verjetnostno funkcijo *nepopustljivo*, saj bi predstavljala prepričanja nekoga, ki je absolutno gotov, da je svet W dejanski svet in bi v svojih mnenjih ne popuščal; in imenujmo svet W , kjer P skoncentrira vso verjetnost, *svet prepričanj* P -ja.

Naša dana metoda revidiranja verjetnostnih funkcij ohranja nepopustljivost. Predpostavimo, da bi bil P nepopustljiv, P_A pa ne, za nek možen A . To bi pomenilo, da P_A določa pozitivno verjetnost dvema ali več svetovom. Predpostavili smo, da naš jezik lahko razločuje med svetovi, tako da obstaja nek stavek C , da je $P_A(C)$, ki ni niti 0 niti 1. Ker pa je P nepopustljiv, je $P(A \rightarrow C)$ bodisi 0 ali 1, kar je v protislovju s hipotezo, da je $\rightarrow$ tak pogojnik revizije verjetnosti, da sta $P_A(C)$ in $P(A \rightarrow C)$ enakovredni.

Potem imamo naslednjo metodo revidiranja svetov. Ob danem svetu W in možnem stavku A , naj bo P nepopustljiva verjetnostna funkcija s svetom prepričanj W . Revidirajmo P glede na našo dano metodo revidiranja verjetnostnih funkcij, in naj bo W_A svet prepričanj pridobljene nepopustljive verjetnostne funkcije P_A . Ker je dana metoda revidiranja verjetnostnih funkcij primerna, je primerna tudi ta izpeljana metoda za revizijo svetov.

Vzemimo poljuben svet W in stavke A in C . Naj bo P nepopustljiva verjetnostna funkcija s svetom prepričanj W , in naj bo W_A kot zgoraj. Potem če je A možen,

$$(22) W(A \rightarrow C) = P(A \rightarrow C), \text{ po (21);}$$

$$= P_A(C), \text{ po (20);}$$

$$= W_A(C), \text{ po (21) uporabljeni na } W_A.$$

Torej je $\rightarrow$ Stalnakerjev pogojnik za izpeljano metodo revizije svetov. *Quod erat demonstrandum.*¹³

¹³ Starejša verzija tega prispevka je bila predstavljena na kolokviju *Canadian Philosophical Association* o verjetnostni semantiki za pogojno logiko v Montrealu junija 1972. Za dragocene pripombe sem hvaležen mnogim prijateljem in kolegom, še posebej Ernestu Adamsu in Robertu Stalnakerju.