

SKLOPLJEN MODEL PRENOSA TOPLOTE IN SNOVI MED DELCEM IN TOKOM TEKOČINE PRI RAZPRŠILEN SUŠENJU NA OSNOVI METODE ROBNIH ELEMENTOV

TIMI GOMBOC, JURIJ ILJAŽ, MATEJ ZADRAVEC IN
MATJAŽ HRIBERŠEK

Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo, Maribor, Slovenija.

E-pošta: luka.kevorkijan@um.si, matej.zadavec@um.si

E-pošta: timi.gomboc@um.si, jurij.iljaz@um.si, matej.zadavec@um.si,
matjaz.hribersek@um.si

Sprejeto

5. 1. 2022

Recenzirano

7. 3. 2022

Izdano

30. 4. 2022

Izvorni znanstveni članek

Tehnika: Procesno strojništvo

Ključne besede:

krogelni
delci,
porozni
medij,
metoda
robnih
elementov,
eliptična
osnovna
rešitev,
razpršilno
sušenje,
1D model

DOPISNI AVTOR

timi.gomboc@um.si

Povzetek Sušenje vlažne snovi je ena izmed najstarejših procesnih tehnik, ki se uporablja na številnih industrijskih področjih. Sušenje je zapleten fizikalni proces, ki obsega vezan večfazni prenos toplote, snovi in gibalne količine. Pri sušenju delcev, kot je na primer razpršilno sušenje, je čas sušenja odvisen od lokalnih pogojev v sušilnem plinu, in sicer na poti vsakega posameznega delca skozi sušilnik. Iz tega razloga je zelo pomembno poznavanje temperaturnega polja kot tudi polja vlažnosti v sušilniku, ki se zaradi toplotne in masne izmenjave med delci in sušilnim plinom nenehno spreminja. V prispevku je obravnavan numerični model za izračun sušenja poroznih delcev v toku sušilnega plina, pri čemer je reševanje problema izvedeno v sklopu Euler-Lagrange modela računske dinamike tekočin, in sicer z metodo robnih elementov. Povezava med delci in tokom tekočine je izvedena z nadgradnjo modela točkovnega izvora, ki upošteva konvektivni prenos toplote in snovi v sušilnem plinu. Testni izračuni potrjujejo primernost in pomembnost razvitega numeričnega modela za prostorski in časovni izračun sušenja delcev v toku sušilnega plina.



THE MODEL OF CONJUGATE HEAT AND MASS TRANSFER BETWEEN A PARTICLE AND A FLUID FLOW IN SPRAY DRYING BASED ON THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

TIMI GOMBOC, JURIJ ILJAŽ, MATEJ ZADRAVEC & MATJAŽ HRIBERŠEK

University of Maribor, Faculty of Mechanical Engineering, Maribor, Slovenia.
E-mail: timi.gomboc@um.si, jurij.iljaz@um.si, matej.zadavec@um.si,
matjaz.hribersek@um.si

CORRESPONDING AUTHOR
timi.gomboc@um.si

Abstract Drying is one of the oldest process technologies, which is used in different industrial applications. Drying process is complex physical process that involves coupled multiphase heat, mass and momentum transfer. As for example by spray drying process, local drying conditions inside the dryer affect to total drying time of porous particles. For this reason, the influence between particle and drying gas is very important. Through the drying process heat and mass exchange between particles and drying gas occurs, which results in local change of drying conditions. Two-way interaction (drying air to particle and particle to drying air) need to be considered to obtain accurate results. Fully coupled model for heat and mass transfer between particles and drying gas on the base of the Boundary Elements Method was developed in the present work, where particles were modelled as points. The results presented in this work show that two-way coupling between particles and drying gas is important in order to provide accurate results.

Accepted
5. 1. 2022

Revised
7. 3. 2022

Published
30. 4. 2022

Original science
article

Technology: Process
engineering

Keywords:

spherical
particle,
porous
media,
boundary
element
method,
elliptic
fundamental
solution,
spray
drying,
1D approach

1 Uvod

Sušenje vlažnih snovi je ena izmed najpogostejših in tudi najstarejših procesnih tehnik, ki se uporablja na številnih industrijskih področjih: živilskih, farmacevtskih, kemičnih itd. Pri sušenju obravnavamo izredno zapletene fizikalne procese, ki obsegajo vezan večfazni prenos toplote, snovi in gibalne količine. Zato ostaja sušenje še dandanes zelo zahtevno in aktualno raziskovalno področje, kjer se močno prepletajo praktične izkušnje, eksperimenti in v novejšem času vedno bolj numerično modeliranje. V veliko procesih se pojavlja kot produkt kapljevita zmes s suspendirano trdnino. V večini takih primerov se izkaže, da je pametno ločiti trdno snov zaradi boljših lastnosti suhe snovi v primerjavi s kapljevito suspenzijo. Za dane primere je smotrno uporabiti razpršilno sušenje, kjer pride do ločitve kapljevite in trdne faze.

Sušenje v osnovi definiramo kot proces, pri katerem pride do uparjanja kapljevite faze (tekočine) z namenom, da neko snov osušimo. Kadar govorimo o razpršilnem sušenju, govorimo o ločevanju trdne faze iz kapljevito-trdne zmesi (suspenzije) s tem, da kapljevito fazo odparimo. Suspenzije se kot takšne pojavljajo pri številnih procesih kot glavni ali pa stranski produkt. Pri ločevanju trdne faze se najpogosteje odločimo za proces razpršilnega sušenja, kjer pride do intenzivnega stika med razpršeno fazo in sušilnim plinom, katerega glavni nalogi sta dovod toplote in odvod vlage.

Sušenje kot tako je aktualno in zelo zastopano raziskovalno področje, o čemer pričajo tudi številne objave različnih avtorjev v znanstvenih revijah. Avtor D. Levy-Hevroni je leta 1995 objavil prispevek s področja večfaznega razpršilnega sušenja (Levy-Hevroni, Borde, 1995), v katerem obravnava večfazni tok zraka in suspenzije, ki je sestavljena iz premogovega prahu in vode. Proces sušenja delca obravnava v dveh stopnjah (prva in druga) na osnovi enodimenzijskega časovno neodvisnega toka. Avtor A. Levy pa je objavil dva prispevka s področja razpršilnega sušenja. V prvem prispevku (Levy, Borde, 1998) je prikazana primerjava med numeričnimi rezultati in eksperimentom, ki je bil izveden v cevi dolžine 10 m, kot sušilni plin pa je bil pri sušenju uporabljen dušik. Ugotovljeno je bilo zelo dobro ujemanje med numeričnimi in eksperimentalnimi rezultati, s tem pa je bila potrjena primernost razvitega numeričnega modela. V drugem prispevku (Levy, Borde, 1999) je na

podoben način obravnavano sušenje PVC-delcev, le da sta bila v modelu dodatno upoštevana gravitacijska sila in stik delca s trdno steno.

Avtor M. Mezhericher je skupaj s sodelavci raziskoval vpliv razpada delca med sušenjem zaradi povečanja notranjega tlaka (Mezhericher, Borde, 2008; Mezhericher, Borde, 2008), ki se zgodi, kadar je delec površinsko že suh, kar privede do precej slabe masne izmenjave in posledično hitrega povišanja temperature delca ter notranjega tlaka, kar lahko povzroči razpad delca. Pojav je bil preverjen za različne temperature sušilnih plinov, zaključne ugotovitve pa so pokazale, da je pojav pogostejši pri višjih temperaturah sušilnega plina.

Nadaljnje raziskovanje je potekalo na primeru kapljic, v katerih je večje število netopnih jeder, kar vodi do tvorjenja skorje iz teh delcev. Prispevke s tega področja je objavil avtor M. Mezhericher (Mezhericher, Borde, 2011; Mezhericher, Borde, 2012). Pri sušenju so bili upoštevani trki med posameznimi delci, simulacije pa so bile izvedene s komercialnim programskim paketom Ansys Fluent z dodanimi modeli, ki jih je razvil avtor M. Mezhericher. Na podoben način se je dela lotil avtor C. S. Handscomb, ki je prav tako obravnaval sušenje kapljice, sestavljene iz več netopnih jeder (Mezhericher, Borde, 2012; Handscomb, Bayly; 2009). Prvi prispevek je na temo obravnave sušenja brez upoštevanja transformacije skorje iz netopnih jeder, v drugem prispevku pa je upoštevana transformacija skorje.

Avtor T. A. G. Langrish je svoje raziskave usmeril na področje razpršilnega sušenja mleka (Langrish, Kockel, 2001). Ukvarjal se je s sprijemanjem delcev na steno sušilnika, kar se zgodi, če delci pridejo v stik s steno sušilnika, preden so dovolj osušeni, kar privede do zlepljanja delcev na steno. Za analizo so bile izvedene sestavljene simulacije s pomočjo računalniške dinamike tekočin, kjer je potekal preračun zvezne faze v kombinaciji z numeričnim modelom, ki ga je razvil avtor, s čimer je bilo računano ostalo dogajanje (Fletcher, Williams, 2006; Langrish, Fletcher, 2001). Vplive, kot so hitrost brizganja suspenzije v sušilno komoro in različni načini vtoka zraka v sušilno komoro, so analizirali v prispevku (Harvie, Fletcher, 2002). Končne ugotovitve so pokazale, da večja hitrost dotoka sušilnega plina zmanjšuje tendenco lepljenja delca na steno sušilnika, medtem ko velika hitrost brizganja suspenzije v sušilno komoro to povečuje. Avtor S. Moissette (Moissette, Boulet, 2001) v svojem prispevku obravnava nov Lagrangeev pristop k modeliranju razpršene faze v dvofaznem toku za napovedovanje temperature in hitrosti

razpršenih delcev. Model je bil uporabljen za simuliranje obnašanja razpršenih delcev v homogenem strižnem turbulentnem tokovnem polju. V prispevku je prikazana tudi primerjava med analitičnimi in numeričnimi rezultati. Avtorji Minier in Peirano (Minier, Peirano, 2001), Naud (Naud, 2001) ter Beishuizen (Beishuizen, 2001) v svojih delih obravnavajo modeliranje dvofaznega toka na osnovi funkcije verjetnostne gostote (ang. probability density function; PDF). Pri tem so bili v modeliranje s funkcijo PDF vključeni tako tekočina kot delci.

Med zadnje prispevke s področja razpršilnega sušenja spada prispevek avtorja G. Sagadina (Sagadin, Hriberšek, 2017; Sagadin, Škerget, 2014) v katerem avtor obravnava tristopenjsko sušenje poroznega delca. Druga stopnja sušenja, v kateri se sušilna fronta premika po notranjosti delca, pri tem pa se delec razdeli v dve območji, in sicer na mokro jedro in suho skorjo, je bila obravnavana numerično na osnovi metode končnih razlik. Reševanje zvezne faze (sušilni plin) pa je potekalo na osnovi računalniške dinamike tekočin v programskem paketu Ansys CFX.

Matematično modeliranje sušenja je močno povezano z lastnostmi materiala, ki ga obravnavamo, saj gre lahko le za odstranjevanje površinske vlage, kadar imamo opravka z neporoznimi materiali, ali pa za bistveno bolj zapletene sisteme, če gre za porozne materiale, pri katerih imamo poleg površinske vlage še vlago v notranjosti materiala. Pomembno vlogo pri tem ima natančno poznavanje materialnih lastnosti. Toplotne lastnosti poroznih materialov so še poseben izziv, saj je material sestavljen iz trdne matrice in tekočine, ki jo zapolnjuje. Toplotne lastnosti so tako kombinacija toplotnih lastnosti posameznih komponent. Pri aktivnem blatu tako toplotne lastnosti mokrega blata temeljijo na toplotnih lastnostih blata in vode, medtem ko pri suhem blatu toplotne lastnosti temeljijo na toplotnih lastnostih blata in zraka.

Avtor Z. L. Cai s sodelavci (Cai, Ma, Qing, Yu, 2015) v svoji študiji obravnava toplotne lastnosti aktivnega blata iz čistilnih naprav z različno vsebnostjo primešane riževe slame. R. Dewil (Dewil, Baeyens, Neyens, 2005) v svojem delu obravnava toplotne lastnosti aktivnega blata in vpliv Fentonove peroksidacije na toplotno prevodnost aktivnega blata. Rezultati kažejo, da Fentonova peroksidacija pozitivno vpliva na konsistenco vzorca aktivnega blata in izboljšuje toplotne lastnosti. Poleg poročanja o eksperimentalnih rezultatih je bilo v preteklosti razvitih tudi veliko modelov za določanje toplotne prevodnosti kompozitnih (sestavljenih) materialov. K. Pietrak in T. S. Wiśniewski (Pietrak, Wisniewski, 2014) sta objavila pregledni

članek razvitih modelov za napovedovanje toplotne prevodnosti kompozitnih (sestavljenih) materialov, v katerem so predstavljeni različni načini za matematično določitev toplotne prevodnosti sestavljenih materialov na osnovi deležev posameznih sestavin in njihovih lastnosti. Večina razvitih modelov je namenjena določanju toplotnih lastnosti, kot je toplotna prevodnost materialov iz dveh ali več trdnih komponent. Porozni materiali so namreč v primerjavi s trdnimi neporoznimi strukturami sestavljeni iz trdne matrice in tekočine, ki zapolnjuje preostalo prostornino materiala, zato toplotna prevodnost poroznega materiala temelji na kombinaciji toplotne prevodnosti trdne matrice in tekočine. Prenos toplote bi tako v splošnem morali obravnavati na osnovi vseh treh mehanizmov, se pravi prevoda, konvekcije in sevanja, pri tem pa bi morali upoštevati tudi oblike in razvejanost notranjosti poroznih struktur (Lee, Lee, Yim, Kim, Yoo, 2002).

Pri tem lahko konvekcijo, kadar so pore manjše od 80 nm, zanemarimo (Zeng, Hunt, Greif, 2017). Zaradi visokih stopenj poroznosti je delež trdne faze v takih materialih po navadi majhen, povezave med porami pa so zapletene in tanke; ker taka osnova ne zagotavlja dobrega prevoda toplote po trdnini, prevladujejo mehanizmi prenosa toplote po tekočini (Zhao, Duan, Wang, Wang, 2012). Razviti modeli za določanje toplotnih lastnosti niso splošno uporabni, zato je zelo pomembno, da se pri kompleksnih zmesih izvedejo eksperimenti, ki omogočijo izbiro in določitev najprimernejših modelov snovskih lastnosti poroznih snovi, ki jih nato uporabimo v numeričnih modelih.

Poleg razvoja numeričnih modelov za izračun sušenja delca v njegovi notranjosti je uspešnost sklopljenega numeričnega modela delci – tekočina odvisna tudi od natančnosti numeričnega modela za izračun vpliva delca na razmere v tekočini. Najsplošnejši model za izračun stanja v tekočini je računalniška dinamika tekočin, ki predstavlja numerično reševanje Navier-Stokesovih enačb (Škerget, 1994), ki so parcialne diferencialne enačbe, kjer poznamo le malo analitičnih rešitev.

Takšna je na primer rešitev Arnold-Beltrami-Childressovega toka (Ershkov, 2016; Yang, Yang, Chen, Hsu, 1998, Koseff, Street, 1999). Reševanje Navier-Stokesovih enačb je omogočeno z različnimi numeričnimi metodami, kot so metoda končnih elementov, metoda končnih volumnov in metoda končnih razlik. Pri reševanju problema sušenja poroznih delcev avtorji v veliki meri uporabljajo metodo končnih razlik (Sagadin, Hriberšek, Škerget, 2014). Podane metode v primerjavi z metodo

robni elementov (boundary element method; BEM) diskretizirajo računsko območje po celotnem volumnu in tvorijo deloma prazne sistemske matrike, medtem ko metoda robnih elementov diskretizira računsko območje po robu in uporablja polne matrike (Wrobel, Kassab, 2003). Različni avtorji metodo robnih elementov uporabljajo za reševanje različnih linearnih in nelinearnih problemov, kot so difuzijski problemi prenosa toplote in snovi, zamrzovalno sušenje, prenos toplote v bioloških tkivih in tok tekočine (Ramšak, Škerget, 2014; Ramšak, Ravnik, Zadavec, Hriberšek, Iljaž, 2017; Ramšak, 2015; Ramšak, 2019; Ramšak, Škerget, 2019; Iljaž, Wrobel, Hriberšek, Marn, 2017; Hriberšek, Kuhn, 2000; Ravnik, Škergetek, Žunič, 2008). Metoda robnih elementov je računsko zelo zahtevna, saj njena zahtevnost raste s kvadratom števila neznanih vrednosti, zato se lahko pri obravnavi zahtevnejših primerov, kot je večfazni tok, dokaj hitro pojavi primanjkovalje računske moči (Wrobel, 2001).

Prednost metode robnih elementov je, da moramo razdeliti le rob računskega območja, zato ji rečemo tudi delno brez mrežna metoda. Uporabljamo jo lahko za reševanje homogenih enačb, za katere poznamo osnovno oz. fundamentalno rešitev, kot je reševanje Laplaceove enačbe. Reševanja nehomogenih parcialnih diferencialnih enačb pa se lotimo na osnovi robno-območne integralske metode. Pri tem moramo poleg roba diskretizirati še območje, kar je z vidika računske zahtevnosti dodatna obremenitev. Na tak način sta bila na primer rešena primer večfaznega toka magnetnih delcev (Ravnik, Hriberšek, Vogel, Steinmann, 2014; Ravnik, Hriberšek, 2013) in primer naravne konvekcije med navpičnima stenama (Ravnik, Škerget, Žunič, 2009).

Večfazne tokove (tekočina in delci) lahko simuliramo na dva načina, in sicer po pristopu Euler-Euler ali Euler-Lagrange (Marchioli, Armenio, 2007; Patankar, Joseph, 2001). Pri modelu Euler-Euler predpostavimo, da sta tako trdna faza (npr. delci) kot tekoča faza (tekočina) zvezno razporejeni po prostoru. Pri pristopu Euler-Lagrange pa velja, da je tekoča faza zvezna, delci pa razpršeni po njej. Pri zadnjem načinu modeliranja se pojavijo težave, kadar imamo opravka z velikim številom delcev, saj je postopek računsko zelo potraten. Kadar imamo opravka z majhnimi delci, lahko delce modeliramo tako, da jih nadomestimo s točkovnimi izvori. Osnovna značilnost takšnega pristopa je, da prenos gibalne količine, snovi in energije med zvezno fazo in delci modeliramo z uporabo lokalno definiranih izvorov, katerih vrednost je izračunana na ravni modela posameznega delca (Prosperetti,

Tryggvason, 2009; Maxey, Riley, 1983). Kljub dokazani uporabnosti modela točkovnih izvorov je eden izmed numeričnih problemov, ki so rešeni zgolj delno, aproksimacija Diracove funkcije, ki opisuje točkovno naravo izvora in je po svojih lastnostih singularna v točki izvora, s funkcijami, ki vpliv delca na tekočine ne opišejo popolnoma natančno. Njeno implementacijo v metodo robnih elementov v svojem delu obravnavajo Verhnjak in sod. (Verhnjak, Hriberšek, Ravnik, 2020).

V prispevku je obravnavan numeričnim model dvosmerno sklopljene simulacije za preračun sušenja poroznih delcev v toku sušilnega plina na osnovi metode robnih elementov. Izvori vlage in tolpte v sušilnem plinu, ki so posledica interakcije med delci in sušilnim plinom so bili obravnavani kot točkovni izvori.

2 Matematični model

2.1 Modeliranje vpliva delec-tekočina

Delce v tekočini lahko obravnavamo na dva načina, in sicer po pristopu Euler-Euler ali Euler-Lagrange. Kadar imamo opravka z zelo majhnimi delci (nanodelci), ki so razporejeni po tekočini, obravnavamo sistem po pristopu Euler-Euler, kadar pa imamo opravka z večjimi delci, ki po tekočini niso razporejeni enakomerno, je takšen sistem bolje obravnavati po pristopu Euler-Lagrange.

Pri pristopu Euler-Euler delce obravnavamo na enak način kot tekočino. Tako uporabimo za opis tekočine in za opis delcev Navier-Stokesove enačbe. Za opis sistemov z neenakomerno razporeditvijo majhnih delcev je primernejši pristop Euler-Lagrange, kjer uporabimo za opisovanje tekočine Eulerjev pristop, za določanje položaja delcev pa Lagrangeev pristop. Pri tem moramo določiti interakcije delec – tekočina in tekočina – delec. Zaradi interakcije tekočine in delca na delec in tekočino delujejo različne sile. Če pogledamo z vidika tekočine, lahko na delec delujejo naslednje sile: sila upora, gravitacijska sila, Brownova sila, sila termoforeze, Saffmanova sila vzgona, sila rotacije, Bassetova sila, sila virtualne mase, Magnusova sila.

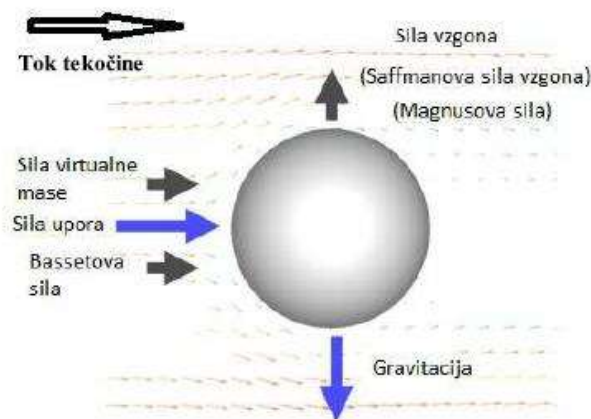
Newtonovo enačbo majhnih delcev lahko zapišemo kot:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \sum \vec{F}. \quad (1)$$

Desna stran enačbe predstavlja vsoto vseh sil, ki delujejo na delec, in je sestavljena iz sile upora F_D , gravitacije F_G , Brownove sile F_B , termoforeze F_T , Saffmanove sile vzgona F_L , sile rotacije F_R , Bassetove sile F_{BA} , sile virtualne mase F_V in Magnusovega učinka F_M . V razširjeni obliki jo lahko zapišemo kot:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_D + \vec{F}_G + \vec{F}_B + \vec{F}_T + \vec{F}_L + \vec{F}_M + \vec{F}_{BA} + \vec{F}_V. \quad (2)$$

Shematsko sile prikazuje spodnja slika:



Slika 1: Sile na delec

Vir: Lasten

Razpršilni sušilniki, ki jih najdemo v industrijski in laboratorijski praksi, so različnih oblik in velikosti, vsem pa je skupna vertikalna postavitev, tako da sušilni plin in mokri delci suspenzije vstopajo v sušilnik na vrhu naprave, zapuščajo pa jo na dnu. V prispevku se osredotočamo zgolj na prenos toplote in snovi med delci in tekočino, zato smo od sil, ki delujejo na delec v toku tekočine, upoštevali zgolj silo upora, ki

povzroči, da se delci gibljejo. Ker je sušilnik postavljen v vertikalni smeri, ki je vzporedna toku tekočine in delcev, je bila prav tako zanemarjena sila gravitacije. Numerična implementacija sledenja delcem v toku tekočine, je bila povzeta po delu, ki ga v svojem prispevku obravnavata Ravnik in Hriberšek (Ravnik, Hriberšek, 2013).

2.2 Modeliranje prenosnih pojavov

Reševanje problema prenosa toplote in snovi med točkovnimi delci in tekočino je potekalo z uporabo metode robnih elementov. Numerična rešitev za prenos toplote v delcu krogelne oblike je podana v našem drugem prispevku (Gomboc, Iljaž, Ravnik, Hriberšek, 2019).

Ker pri prenosu toplote in snovi obravnavamo tudi povratni vpliv delcev na sušilni plin, sledi opis modelov ohranitve toplotne energije in vodne pare v zvezni fazi oz. sušilnem plinu, kjer moramo dodatno upoštevati vpliv delcev. Pri obravnavi sušenja delcev s tokom vročega zraka pride do izmenjave toplote med sušilnim plinom in delcem, ki se zaradi segrevanja začne sušiti. V sušilnem plinu to povzroča ponor toplote, kar pomeni, da se temperatura sušilnega plina lokalno zniža. Obratno stanje dobimo, če se osredotočimo na vlažnost sušilnega plina, saj se vlažnost delca skozi sušenje znižuje in prehaja v sušilni plin, ki se mu vlažnost zviša. Prenosne pojave na strani prenosa toplote opišemo z enačbo

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T = \lambda \vec{\nabla}^2 T + I_T, \quad (3)$$

kjer I_T predstavlja izvor ali ponor toplote v tekočini. Na strani prenosa snovi nam to opisuje enačba

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = \vec{\nabla} \cdot (D \vec{\nabla} C) + I_C, \quad (4)$$

kjer I_C predstavlja izvor oz. ponor snovi.

2.2.1 Brezdimenzionalizacija

Za zagotavljanje stabilne numerične sheme (Pruett, 2019) je pomembna brezdimenzionalizacija veličin, ki je uporabljena v numeričnem modelu za preračun toka tekočine in delcev. Brezdimenzionalizacija posamezne veličine je bila narejena ob naslednjih predpostavkah:

$$\begin{aligned}
 t^* &= \frac{v_0 t}{L}, & \lambda^* &= \frac{\lambda}{\lambda_0}, & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, & C^* &= \frac{C}{C_0}, \\
 T^* &= \frac{T - T_0}{\Delta T}, & v^* &= \frac{v}{v_0}, & c_p^* &= \frac{c_p}{c_{p0}}, & \nabla^* &= \frac{\nabla}{\frac{1}{L}},
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

kjer so t^* , λ^* , ρ^* , C^* , T^* , v^* in c_p^* brezdimenzijske vrednosti časa, toplotne prevodnosti, gostote, vlažnosti, temperature, hitrosti in specifične toplote, spremenljivke v_0 , λ_0 , ρ_0 , c_{p0} , T_0 , C_0 in L pa karakteristična hitrost, toplotna prevodnost, gostota, specifična toplota, temperatura, vlažnost in dimenzija problema. Če pogledamo izraza (3) in (4), vidimo, da vsebujeta še toplotni I_T in masni I_C izvor. Ker bo med posameznim delcem in tekočino potekala aktivna izmenjava toplote in snovi, moramo brezdimenzionirati tudi izvora, kar lahko zapišemo kot:

$$I_T^* = \frac{I_T}{I_{T0}}, \quad I_C^* = \frac{I_C}{I_{C0}},
 \tag{6}$$

kjer I_{T0} in I_{C0} predstavljata karakteristične vrednosti danih veličin.

2.2.2 Prenos toplote

Prenos toplote podamo z zgoraj zapisano konvektivno-difuzijsko enačbo (3), ki jo ob upoštevanju predpostavke (5) brezdimezioniramo. Delci, ki potujejo v toku tekočine in med katerimi bo potekala toplotna izmenjava s sušilnim plinom, so obravnavani kot točkovni delci; tako lahko zapišemo:

$$I_T = \dot{Q}_T \delta(\vec{r}^* - \vec{p}^*), \quad (7)$$

\dot{Q}_T predstavlja velikost toplotnega izvora, $\delta(\vec{r}^* - \vec{p}^*)$ Diracovo delta funkcijo, vektor \vec{r}^* je vektor lokacije in vektor \vec{p}^* položaj delca. Delta funkcija predstavlja točno vrednost za točkovni delec. Tako lahko enačbo (3) preuredimo, preoblikujemo in jo v brezdimezijski obliki (brezdimezijske vrednosti so v nadaljevanju zapisane brez * zapišemo kot:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T = \frac{1}{RePr} \nabla^2 T + \vartheta_T \delta(\vec{r} - \vec{p}), \quad (8)$$

upoštevajoč, da je $\vartheta_T = \frac{I_{T0}L}{\Delta T v_0 \rho_0 c_{p0}}$, Re Reynoldsovo število in Pr Prandtlovo število.

Pri podanem pristopu se pojavi težava, kadar je naš točkovni delec preblizu računskemu vozlišču, saj nas rešitev takrat vodi do singularnosti problema. V takem primeru imamo možnost uporabiti pristop, kjer ne uporabljamo delta funkcije, kar lahko zapišemo kot:

$$I_T = \frac{\dot{Q}_T}{V_c}, \quad (9)$$

kjer V_c predstavlja prostornino majhnega dela. Podani pristop se uporablja kot osnova za izpeljavo metode PIC (particle-in-cell) (Verhnjak, Hriberšek, Ravnik, 2020). Enačba (8) se tako zapiše kot:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T = \frac{1}{RePr} \nabla^2 T + \frac{\vartheta_T}{V_c}, \quad (10)$$

2.2.3 Prenos snovi

Podobno kot smo naredili pri prenosu toplote, moramo narediti tudi pri prenosu snovi, kjer obravnavamo enačbo (4), ki jo ob upoštevanju predpostavke (5) brezdimenzioniramo. Tudi tukaj so delci, ki potujejo v toku tekočine in med katerimi bo potekala snovna izmenjava s sušilnim plinom, obravnavani kot točkovni delci; tako lahko zapišemo:

$$I_C = \dot{Q}_C \delta(\vec{r}^* - \vec{p}^*), \quad (11)$$

kjer \dot{Q}_C predstavlja velikost snovnega izvora. Podobno kot smo naredili z enačbo (3), moramo tudi enačbo (4) preurediti in preoblikovati in jo lahko zapišemo kot:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = \frac{1}{ScRe} \nabla^2 C + \vartheta_C \delta(\vec{r} - \vec{p}), \quad (12)$$

kjer posamezne spremenljivke predstavljajo brezdimenzijsko vrednost in so zapisane brez *, upoštevajoč, da je $\vartheta_C = \frac{I_{C0}L}{C_0 v_0}$ in Sc Schmidtovo število.

Podobno kot smo zapisali za prenos toplote, se težava pojavi tudi v primeru izvora pri prenosu snovi, kadar je točkovni delec preblizu računskemu vozlišču, saj je naša enačba takrat singularna. Tako tudi tedaj uporabimo pristop, pri katerem ne uporabljamo delta funkcije, kar lahko zapišemo kot:

$$I_C = \frac{\dot{Q}_C}{V_c}, \quad (13)$$

enačbo (12) pa potem zapišemo kot:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = \frac{1}{ScRe} \nabla^2 C + \frac{\vartheta_C}{V_c}. \quad (14)$$

2.3 Metoda robnih elementov

Ker zgoraj podani energijska in snovska enačba vsebujeta enake člene, kot so konvekcija, difuzija in izvor, bo izpeljava metode robnih elementov predstavljena za splošno transportno enačbo

$$\frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u(\vec{r}, t) = \vec{\nabla}^2 u(\vec{r}, t) + I(\vec{r}), \quad (15)$$

pri čemer je u splošna funkcija polja, ki je v našem primeru lahko temperatura ali koncentracija, \vec{r} poljubni krajevni vektor, \vec{v} hitrost, ∇^2 Laplaceov operator, t čas in I izvor.

Rešitev transportne enačbe temelji na eliptični osnovni rešitvi, zaradi česar se ta obravnava v obliki Poissonove enačbe pri čemer je b nehomogeni člen, ki se v primeru enačbe (3) zapiše kot

$$b(\vec{r}) = \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u(\vec{r}) - I(\vec{r}). \quad (16)$$

Robno-območno integralsko obliko zapisane enačbe so prvič predstavili avtor Ravnik in sod. (Ravnik, Škerget, Žunič, 2008). Z uporabo integralske oblike druge Greenove identitete se Poissonova enačba zapiše v integralski obliki kot:

$$c(\vec{\xi})u(\vec{\xi}) + \int_{\Gamma} u(\vec{R})q^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma + \int_{\Omega} b(\vec{r})u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega = \int_{\Gamma} q(\vec{R})u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma, \quad (17)$$

pri čemer je Ω računsko območje, Γ rob območja, $\vec{\xi}$ položaj izvorne točke, \vec{R} poljubni vektor na površini, $\vec{q} = \vec{\nabla}u \cdot \vec{n}$ normalni odvod funkcije polja, c prosti koeficient, ki je odvisen od položaja izvorne točke, u^* in q^* pa predstavljata osnovno rešitev in njen normalni odvod.

Eliptično osnovno rešitev za 3D primer zapišemo kot:

$$u^*(\vec{\xi}, \vec{r}) = \frac{1}{4\pi d(\vec{\xi}, \vec{r})}, \quad (18)$$

kjer $(\vec{\xi}, \vec{r})$ predstavlja razdaljo med dvema točkama. Normalni odvod osnovne rešitve zapišemo kot:

$$q^*(\vec{\xi}, \vec{R}) = \vec{\nabla}u^*(\vec{\xi}, \vec{R}) \cdot \vec{n}, \quad (19)$$

kjer je \vec{n} normalni vektor površine.

Ob upoštevanju nehomogenega člena (16) se integralna enačba (17) zapiše kot:

$$\begin{aligned}
 c(\vec{\xi})u(\vec{\xi}) + \int_{\Gamma} u(\vec{R})q^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial t} u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega + \\
 \int_{\Omega} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u(\vec{r})u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega - \int_{\Omega} I(\vec{r})u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega = \\
 \int_{\Gamma} q(\vec{R})u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Za aproksimacijo časovnega odvoda smo uporabili metodo končnih razlik, in sicer shemo drugega reda:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{3u^t - 4u^{t-1} + u^{t-2}}{2\Delta t},
 \tag{21}$$

pri čemer indeksi $t, t-1, t-2$ predstavljajo vrednost funkcije v trenutnem, prejšnjem in predprejšnjem časovnem koraku ter Δt časovni korak med njimi.

Konvektivni člen oz. volumski integral v enačbi (20) se lahko zaradi solenoidnosti hitrostnega polja $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}u) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}u)$ zapiše kot:

$$\int_{\Omega} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u(\vec{r})u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega = \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}u(\vec{r}))u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega.
 \tag{22}$$

Z uporabo sledeče algebrajske odvisnosti $\vec{\nabla} \cdot (u^* \vec{v}u) = u^* \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}u) + \vec{v}u \cdot \vec{\nabla}u^*$ lahko območni integral (22) zapišemo z dvema integraloma:

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}u(\vec{r}))u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega = \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot (u^*(\vec{\xi}, \vec{r})\vec{v}u(\vec{r}))d\Gamma - \int_{\Omega} (\vec{v}u(\vec{r})) \cdot \vec{\nabla}u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega.
 \tag{23}$$

Z uporabo nastavka (21) in (23) ter implicitne časovne sheme $u = u^t$ $q = q^t$ se integralna enačba (23) zapiše v končni obliki

$$\begin{aligned}
 & c(\vec{\xi})u^t(\vec{\xi}) + \int_{\Gamma} u^t(\vec{R})q^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma + \\
 & \int_{\Omega} \frac{3u^t(\vec{r}) - 4u^{t-1}(\vec{r}) + u^{t-2}(\vec{r})}{2\Delta t} u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega + \\
 & \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot (u^*(\vec{\xi}, \vec{R})\vec{v}u(\vec{R}))d\Gamma - \int_{\Omega} (\vec{v}u(\vec{R})) \cdot \vec{\nabla} u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Omega - \\
 & \int_{\Omega} I(\vec{r})u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega = \int_{\Gamma} q(\vec{R})u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Za rešitev integralne enačbe (24) je treba ovrednotiti vsak integral, tako površinski kot volumski. V ta namen smo diskretizirali računsko območje z računsko mrežo, pri čemer je bilo treba diskretizirati tudi funkcijo polja u in njen normalni odvod q . Za diskretizacijo funkcije u je bila uporabljena kvadratna interpolacija oz. kvadratni elementi; $u = \sum \varphi_i u_i$ (površina), $u = \sum \theta_i u_i$ (volumen), za q pa nezvezno linearna interpolacija; $q = \sum \tau_i q_i$ (površina). Tako je treba za vsak površinski oz. volumski element izračunati sledeče integrale:

$$\begin{aligned}
 [H] &= \int_{\Gamma} \varphi_i q^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma, \\
 [G] &= \int_{\Gamma} \tau_i u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma, \\
 [S] &= \int_{\Omega} \theta_i u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega, \\
 [\vec{A}] &= \int_{\Gamma} \varphi_i \vec{n} u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma, \\
 [\vec{D}] &= \int_{\Omega} \theta_i \vec{\nabla} u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega.
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

S postavitvijo izvorne točke $\vec{\xi}$ v vsako vozlišče računske mreže pridemo do nelinearnega sistema enačb, ki se lahko zapiše v sledeči matrični obliki:

$$[H] \{u^t\} = [G] \{q^t\} + \alpha_1 [S] \{u^t\} + \alpha_2 [S] \{u^{t-1}\} + \alpha_3 [S] \{u^{t-2}\} + [A] \{\vec{v}u^t\} - [D] \{\vec{v}u^t\} - [S] \{I\}, \quad (26)$$

pri čemer je $\alpha_1 = 3/2\Delta t$, $\alpha_2 = -2/\Delta t$, $\alpha_3 = 1/2\Delta t$ in predstavlja diskreten zapis splošne transportne enačbe, ki ga je mogoče rešiti ob poznavanju robnih pogojev oz. po preureditvi v obliko $A \{u^t\} = \{b\}$ pri čemer $\{b\}$ predstavlja znani vektor na desni strani. Pri obravnavi izvorov, ki jih povzročajo delci, z metodo robnih elementov območni integral, ki vsebuje izvor iz enačbe (24), zapišemo kot:

$$\int_{\Omega} I(\vec{r}) u^*(\vec{\xi}, \vec{r}) d\Omega = \int_{\Omega} \dot{Q} \delta(\vec{r}, \vec{p}) u^*(\vec{\xi}, \vec{r}) d\Omega, \quad (27)$$

kjer je velikost izvora v izvorni točki ξ_i konstanta \dot{Q} pomnožena z vrednostjo Diracove funkcije:

$$\int_{\Omega} \delta(\vec{r}, \vec{p}) u^*(\vec{\xi}, \vec{r}) d\Omega = u^*(\vec{\xi}, \vec{p}). \quad (28)$$

Tako integral iz enačbe (27) zapišemo kot:

$$\int_{\Omega} \dot{Q} \delta(\vec{r}, \vec{p}) u^*(\vec{\xi}, \vec{r}) d\Omega = \dot{Q} u^*(\vec{\xi}, \vec{p}). \quad (29)$$

Integralna enačba (24) se tako v končni obliki zapiše kot:

$$\begin{aligned}
 & c(\vec{\xi})u^t(\vec{\xi}) + \int_{\Gamma} u^t(\vec{R})q^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma + \\
 & \int_{\Omega} \frac{3u^t(\vec{r}) - 4u^{t-1}(\vec{r}) + u^{t-2}(\vec{r})}{2\Delta t} u^*(\vec{\xi}, \vec{r})d\Omega + \\
 & \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot (u^*(\vec{\xi}, \vec{R})\vec{v}u(\vec{R}))d\Gamma - \int_{\Omega} (\vec{v}u(\vec{R})) \cdot \vec{\nabla} u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Omega - \\
 & = \int_{\Gamma} q(\vec{R})u^*(\vec{\xi}, \vec{R})d\Gamma + \dot{Q}u^*(\vec{\xi}, \vec{p}).
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Kot pa smo že omenili, pri obravnavi izvorov z metodo robnih elementov nastane težava, če je delec preblizu računskega vozlišča, saj je v izrazu za izračun vrednosti izvora razdalja pod ulomkovo črto, kar pomeni, da če razdaljo limitiramo proti nič, bo vrednost izvora narasla proti neskončnosti, kar pa ni več fizikalno. Tedaj lahko kot rešitev uporabimo metodo PIC, kjer izvor I obravnavamo kot enakomerno porazdeljen po računski celici oz. vozliščih, zaradi česar zadnji člen $[S]\{i\}$ v enačbi (14) ostaja in ga moramo rešiti (Verhnjak, Hriberšek, Ravnik, 2020).

Zaporedje in način izračuna vpliva gibajočih se točkovnih izvorov toplote in snovi na tok zvezne faze nam podaja spodnji algoritem:

- Izračun novega položaja delca na osnovi enostranskega algoritma, ki upošteva vpliv sušilnega plina (zvezne faze) na delec, kjer je bila upoštevana samo sila upora (Ravnik, Hriberšek, 2013).
- Izračun prenosa toplote in snovi na ravni posameznega delca z Algoritmom 1, kjer so upoštewane vrednosti temperatur in koncentracij v sušilnem plinu na mestu položaja delca (Gomboc, Iljaž, Ravnik, Hriberšek, 2019):
 - določitev snovnega toka uparjene vlage I_C , ki predstavlja izvor v sušilnem plinu,
 - določitev toplotnega toka, ki se prenese iz zvezne faze na delec I_T , in v sušilnem plinu predstavlja ponor toplote.

- Izračun novega temperaturnega polja v sušilnem plinu z robno območno integralsko metodo, pri čemer so kot točkovni ponori toplote upoštevane vrednosti, izračunane na ravni delca.
- Izračun novega polja koncentracije vodne pare v sušilnem plinu z robno-območno integralsko metodo, pri čemer so kot točkovni izvori snovi upoštevane vrednosti, izračunane na ravni delca.

Zapisani Algoritem 2 poteka v zanki, ki teče do števila delcev, ki so v računskem območju tekočine.

3 Računski primeri in rezultati

3.1 Robni pogoji numeričnih izračunov

Izpeljan računski model je bil uporabljen za preračun sušenja delcev aktivnega blata velikosti $100\ \mu\text{m}$ v toku sušilnega plina. Pripravljena in izračunana sta bila dva različna primera, in sicer smo v enem primeru obravnavali sušenje 1000 delcev in v drugem primeru 10000 delcev. Za primerjavo je bila izvedena še numerična analiza, pri kateri je bila upoštevana samo enostranska povezava med delcem in tekočino, kar pomeni, da delec v tekočini ni povzročal sprememb na temperaturnem in vlažnostnem polju.

Sušilni prostor predstavlja cev kvadratnega prereza dolžine L , širine X in višine Y ($X=Y$), kot je prikazano na Sliki 2. V cev vstopa tok sušilnega plina na vstopni strani, kot je prikazano na Sliki 3, kjer prav tako vstopajo vlažni delci. Delci skupaj s sušilnim plinom potujejo skozi cev in se pri tem sušijo.



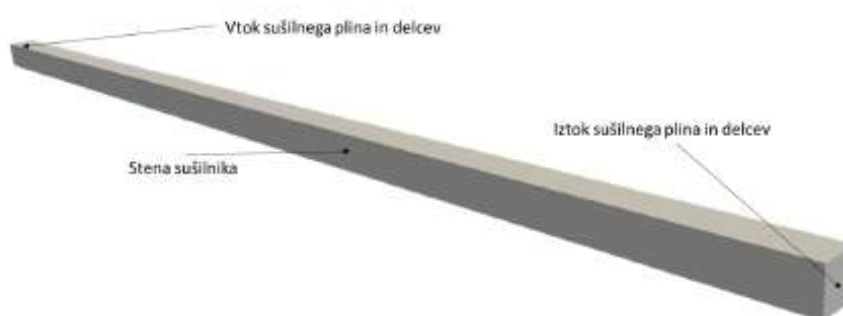
Slika 2: Geometrija sušilnega prostora

Vir: Lasten

Tabela 1: Dimenzije sušilnega prostora

	dimenzija [mm]
L	2000
X	15
Y	15

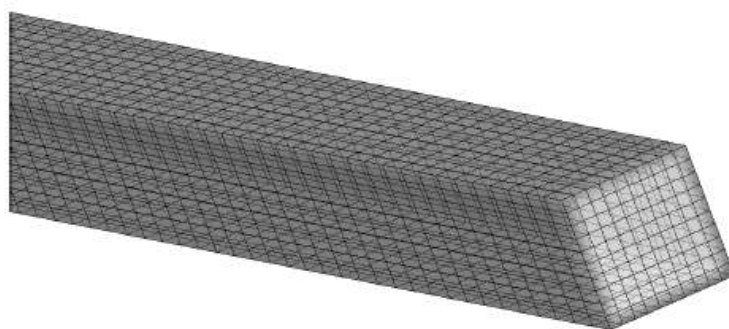
Cev je bila diskretizirana s 7000 kvadratnimi heksaedrskimi elementi, kar predstavlja 62.181 računskih vozlišč. Izsek mreže je prikazan na Sliki 4.



Slika 3: Robni pogoji

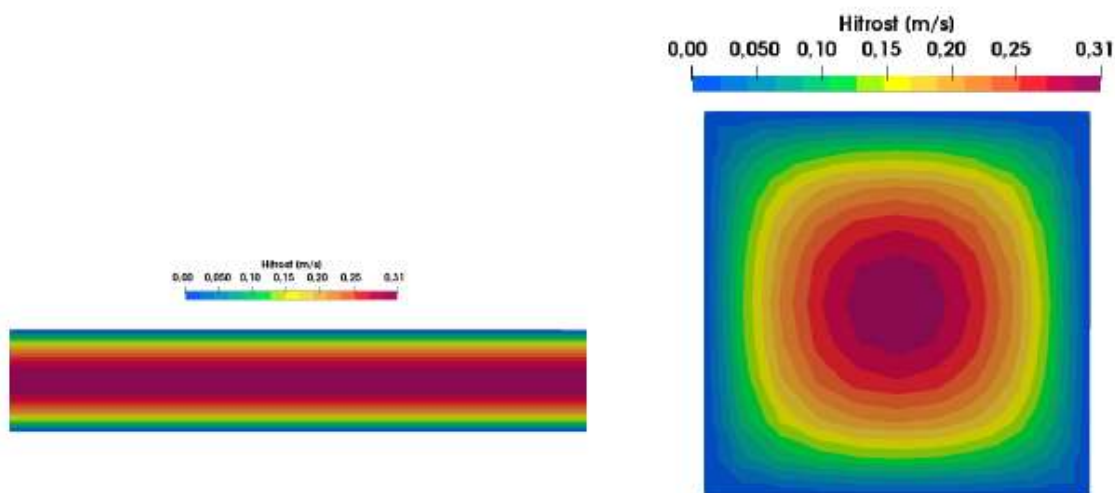
Vir: lasten

Sušenje delcev poteka z vročim zrakom, ki vstopa v cev s povprečno hitrostjo $v_g = 0,15 \text{ m/s}$, kar pomeni, da je Reynoldsovo število za ta primer enako $Re = 76,0$ tako da je profil na vstopu v sušilnik laminarni in je bil določen na osnovi enačb, ki jih je izpeljal avtor Chen (Chen, 2004). Temperatura delcev na vstopu v sušilni prostor je $T_p = 20^\circ\text{C}$. Za preračune sušenja delcev so bile uporabljene toplotne lastnosti aktivnega blata, podane v prispevku (Gomboc, Iljaž, Zadavec, Geršak, Hriberšek, 2020). V simulacijah je bil za preračun sledenja delcem in preračun dogajanja v sušilnem plinu uporabljen časovni korak $\Delta t = 0,001 \text{ s}$. Slika 5 prikazuje razvit hitrostni profil v vzdolžni in prečni smeri sušilne cevi. Temperatura sušilnega plina v sušilniku je $T_g = 200^\circ\text{C}$ in je pred vstopom delcev homogena v celotnem sušilniku. Vlažnost sušilnega plina je $X = 0,02 \text{ kg/kg}$ in je pred začetkom sušenja prav tako homogena znotraj sušilnega prostora.



Slika 4: Računska mreža

Vir: lasten



Slika 5: Razviti hitrostni profil vzdolž in prečno v sušilnem prostoru

Vir: lasten

3.2 Sušenje delcev v enosmernem sklopljenem modelu

Kadar obravnavamo sušenje delcev v enosmernem sklopljenem modelu, upoštevamo temperaturo sušilnega plina in vlažnost sušilnega plina na mestu, kjer je delec, pri tem pa ne upoštevamo povratnega vpliva, ki ga ima sušenje delca na sušilni plin. Ker obravnavamo zelo majhne delce, lahko predpostavimo, da je vpliv enega delca v toku sušilnega plina praktično zanemarljiv in da šele velika količina delcev povzroči bistvene spremembe stanja sušilnega plina. V procesih, kot je razpršilno sušenje, so prisotne velike količine delcev, ki povzročajo spremembe v sušilnem plinu. Ker v preračunu procesa sušenja ne upoštevamo povratnega vpliva, je stanje v sušilnem plinu pred in med sušenjem ter po koncu sušenja enako. Ker so sušeci se

delci majhni, potujejo s tokom sušilnega plina, zato je njihova relativna hitrost zelo blizu ničle in ima praktično zanemarljiv vpliv na toplotno prestopnost. Končni čas sušenja delcev je tako praktično enak za vse delce, kar nam prikazuje Slika 11, kjer je bilo v procesu sušenja obravnavanih 1000 delcev.

3.3 Sušenje delcev v enosmernem sklopljenem modelu

Kadar upoštevamo zgolj enosmerno povezavo med delci in tekočino, tako da v tekočini ne pride do sprememb, delamo napako in rezultati niso točni. Uparjanje vlage na delcu namreč porablja energijo, kar se odraža v znižanju temperature sušilnega plina na mestu, kjer je delec, in zvišanju vlažnosti sušilnega plina, saj uparjena vlaga prehaja z delca na sušilni plin. Posledica te izmenjave so lokalni pogoji v sušilniku, zaradi česar se različni delci na različnih mestih ne sušijo enako hitro, in tako je njihov končni čas sušenja različen. Zato je bil v sklopu doktorske disertacije razvit model na osnovi metode robnih elementov, ki upošteva popolno izmenjavo med delcem in tekočino za transportni enačbi (energijska in snovska). Pri procesu razpršilnega sušenja delce s šobo ali rotacijskim atomizerjem nenehno brizgamo v sušilno komoro in tako ustvarjamo proces, v katerem je prisotna velika količina delcev (od nekaj deset tisoč do nekaj milijonov), kar je seveda odvisno od velikosti procesne naprave. Ker so naše računske in časovne kapacitete omejene, smo se odločili, da za prikaz delovanja metode izvedemo dva preračuna, in sicer če obravnavamo 1000 in 10000 delcev v toku tekočine. V obravnavanem primeru se položaji delcev, vstopajočih v računsko območje, generirajo naključno, saj enakomernih razporeditev v realnih sistemih ne moremo pričakovati. V nasprotju z realnim procesom, kjer se delci nenehno dovajajo v proces, smo se v sklopu doktorske disertacije odločili za enkratni vnos delcev.

3.3.1 1000 delcev v toku tekočine

Ker delce inicializiramo na prečni ravnini na vstopu v sušilnik glede na tok tekočine, se ti začnejo gibati v sotočni smeri. Zaradi majhne velikosti delcev njihove trajektorije skorajda ne odstopajo od gibanja tekočine ne glede na veliko razliko v gostoti delcev in sušilnega plina. Na Sliki 5 je prikazan hitrostni profil znotraj sušilnika v vzdolžni in prečni smeri glede na tok tekočine. Glede na tok se tudi delci po tekočini gibljejo z različnimi hitrostmi, in sicer so najhitrejši tisti, ki so v središču

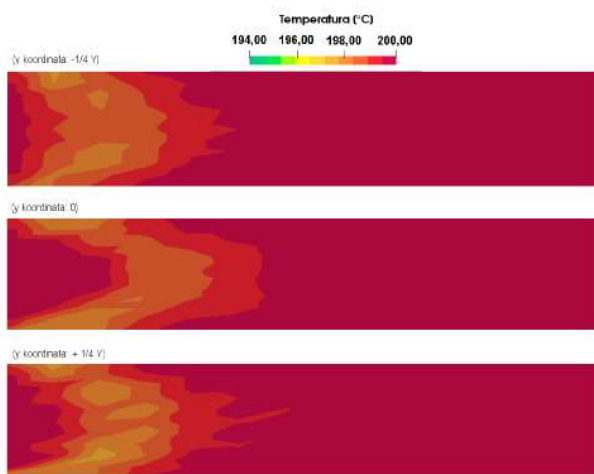
sušilnika, z bližanjem steni sušilnika pa se njihova hitrost zmanjšuje. Gibanje delcev po določenem času prikazuje Slika 6.



Slika 6: Povečano prikazani delci v sušilnem prostoru

Vir: lasten

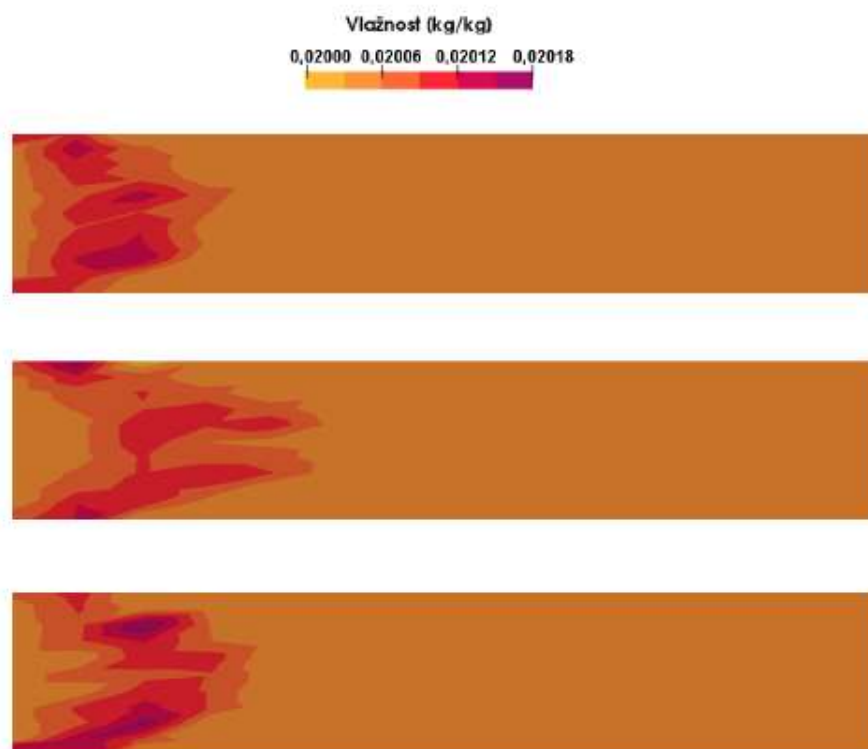
Ker je temperatura v sušilniku $200\text{ }^{\circ}\text{C}$, se delci, ki vsebujejo vlago, začnejo sušiti. Pri tem se za uparjanje vlage porablja toplotna energija, ki jo v proces prinaša segreti sušilni plin. V sušilnem plinu se tako na mestih, kjer so delci, pojavijo izvori z negativnim predznakom – ponori, ki povzročijo lokalno znižanje temperature, proporcionalno porabi energije za uparjanje vlage pri sušenju delca. Slika 7 nam prikazuje temperaturno polje na treh presečnih ravninah vzdolž sušilnika za položaj delcev, ki ga prikazuje 6.



Slika 7: Temperaturno polje na treh različnih ravninah vzdolž sušilnega prostora

Vir: lasten

Presečne ravnine vzdolž sušilnika so postavljene tako, da sredinska kontura na Sliki 7 prikazuje prerez točno na polovici širine sušilnika (*koordinata y: 0*), prva (*koordinata y: $-1/4Y$*) in tretja (*koordinata y: $+1/4Y$*) kontura pa razpolavljata ostali polovici sušilnika. Vidimo lahko, da sušenje delcev povzroči spremembo v temperaturi sušilnega plina, ki se zniža za nekaj stopinj Celzija.

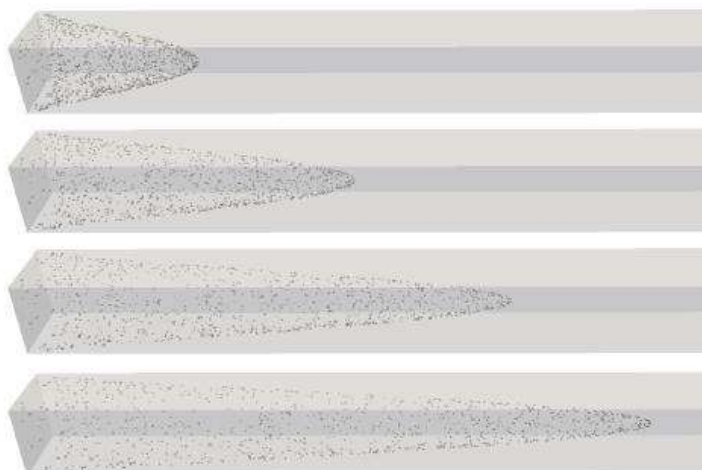


Slika 8: Vlažnostno polje na treh različnih ravninah vzdolž sušilnega prostora

Vir: lasten

Ker uparjena vlaga iz delca prehaja na sušilni plin, se koncentracija vlage v sušilnem plinu poveča, kar nam na enakih položajih presečne ravnine kot za temperaturno polje prikazuje Slika 8. V primeru vlage imamo tako pozitivne izvore v snovski enačbi, ki so enaki masnemu toku uparjene vlage na posameznem delcu.

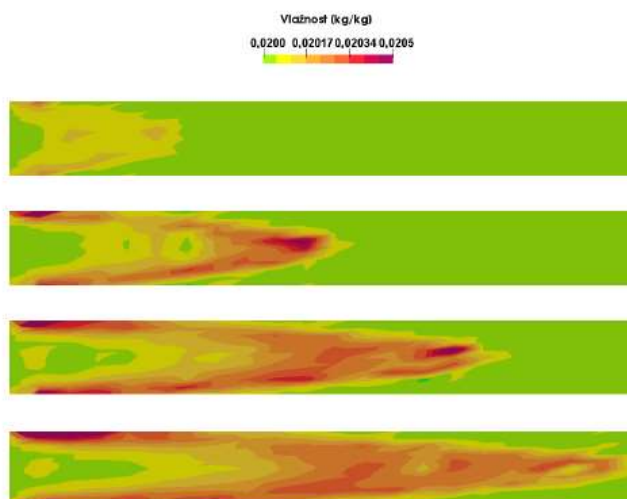
Kot smo že dejali, imamo v sušilniku razvito hitrostno polje, zato so hitrosti delcev v sušilniku odvisne od njihovega položaja in so zelo različne. Na Sliki 9 vidimo položaj delcev pri štirih različnih časih. Delci, ki so na mestu, kjer ima sušilni plin velike hitrosti, so prepotovali daljše razdalje, medtem ko delci, ki potujejo blizu stene sušilnika, kjer so hitrosti sušilnega plina blizu ničle, potujejo po sušilniku zelo počasi.



Slika 9: Položaj delcev pri štirih različnih časih (prvi položaj: 0; 15 s, drugi položaj: 0; 30 s, tretji položaj: 0; 45 s in četrti položaj: 0; 60 s) vzdolž sušilnega prostora

Vir: Lasten

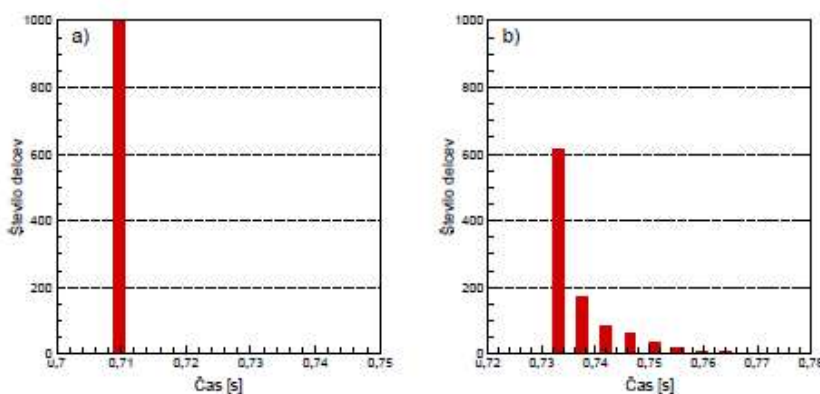
Ker smo v sušilnik poslali samo eno tako imenovano gručo delcev v istem času, ta povzroči motnjo, ki se pri temperaturi odraža v znižanju, pri vlažnosti pa v povišanju. Slika 10 prikazuje vlažnostno polje na vzdolžni presečni ravnini v sredini sušilnika za položaje delcev, prikazane na Sliki 9. Ker gre za enkratno gručo delcev in ker je relativna hitrost delcev približno nič, območje povišane vlažnosti potuje skupaj z delci, iz ozadja pa za potujočo motnjo povišane vlažnosti priteka sušilni plin, katerega lastnosti so enake.



Slika 10: Vlažnostno polje pri štirih različnih časih (prvi položaj: 0; 15 s, drugi položaj: 0; 30 s, tretji položaj: 0; 45 s in četrti položaj: 0; 60 s) vzdolž sušilnega prostora

Vir: lasten

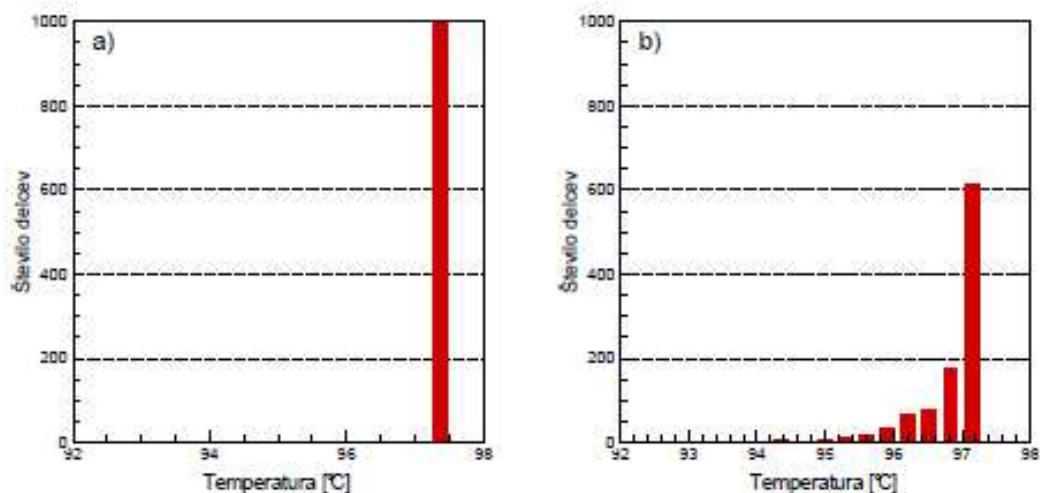
Ker je problem v osnovi tridimenzionalne narave, rezultate pa spremljamo na presečnih ravninah, si težko predstavljamo dogajanje v tretji dimenziji. Tako na primer na Sliki 10 vidimo povišano območje vlažnosti zatem, ko glavčina delcev v sredinskem delu sušilnika že zapusti to območje. Ker pa delci ob stenah potujejo bistveno počasneje, so še vedno v tem predelu sušilnika, vlaga pa iz območja ob steni difundira proti sredini sušilnika, kar se odraža v povišanju vlažnosti v ozadju za glavčino delcev.



Slika 11: Primerjava časa sušenja delcev pri enostranski povezavi a) in dvostranski povezavi b) med delci in tekočino

Vir: lasten

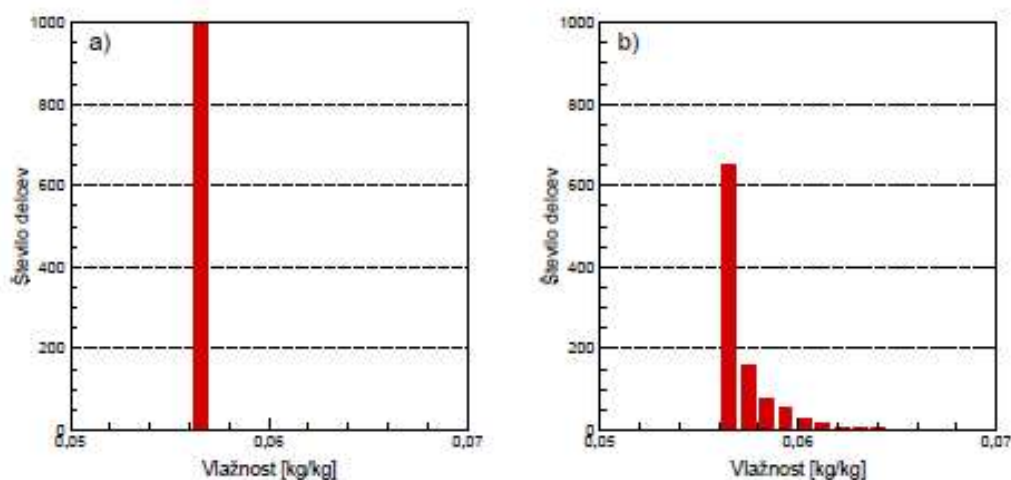
Eden izmed ključnih parametrov, ki jih opazujemo pri sušenju delcev, je čas sušenja. Če želimo, da so naši delci, ko zapuščajo sušilno komoro, suhi, mora biti njihov čas sušenja krajši od njihovega zadrževalnega časa v sušilniku. V želji po optimizaciji procesov pa si želimo, da sta si ta dva časa čim bližje. Če pogledamo histogram na Sliki 11 a, vidimo, da so vsi delci, ki so bili v sušilniku, za sušenje potrebovali enak čas, saj njihov vpliv na sušilni plin ni bil zajet, zato so bili procesni pogoji ob vseh delcih ves čas enaki. Če sedaj primerjamo rezultat, ki ga prikazuje histogram na Sliki 11 b, vidimo, da se čas sušenja delcev, če upoštevamo vpliv sušenja delcev na temperaturo in vlažnost sušilnega plina, podaljša, prav tako pa končni čas sušenja delcev ni enak za vse delce, na kar seveda vplivajo različni pogoji v sušilnem prostoru. Povprečni čas sušenja 1000 delcev v dvostranskem sklopljenem modelu je tako 0,737 s in je daljši od časa sušenja, ko povratni vpliv sušenja delcev na sušilni plin ni upoštevan in ki znaša 0,709 s.



Slika 12: Temperatura sušičih se delcev pri času 0; 5 s pri enostranskem vplivu a) in dvostranskem vplivu b) med delci in tekočino

Vir: lasten

Podobno sliko dobimo tudi, če pogledamo, kakšno je stanje povprečne temperature in vlažnosti delcev ob času sušenja $0,5 s$. Če pogledamo Sliko 12a, vidimo, da imajo, če ne upoštevamo povratnega vpliva na sušilni plin, vsi delci znotraj sušilnika ob določenem času enako temperaturo. Če upoštevamo povratni vpliv delcev na sušilni plin, pa imajo delci po določenem času sušenja različne povprečne temperature po notranjosti delca, kar nam prikazuje Slika 12b. Povprečna temperatura delcev ob času sušenja $0,5 s$ je pri upoštevanju povratnega vpliva na sušilni plin tako $96,86 °C$ in je nižja od temperature, ki jo imajo delci v enosmernem sklopljenem modelu in znaša $97,35 °C$.



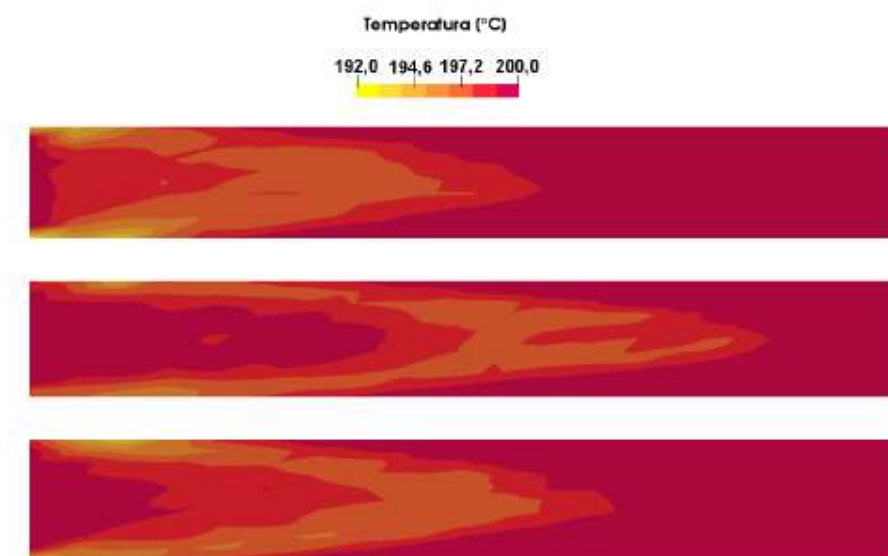
Slika 13: Vlažnost sušičih se delcev pri času 0; 5 s pri enostranskem vplivu a) in dvostranskem vplivu b) med delci in tekočino

Vir: lasten

Podobne rezultate dobimo tudi, če spremljamo vlažnost delca ob času sušenja $0,5$ s. Tudi tedaj je vlažnost vseh delcev pri istem času sušenja enaka, kadar gre za enostranski vpliv med sušilnim plinom in delci, kar prikazuje Slika 13a, medtem ko so pri dvostranskem vplivu vlažnosti delcev različne, kar vidimo na Sliki 13b. Povprečna vlažnost delcev ob času sušenja $0,5$ s je pri upoštevanju povratnega vpliva na sušilni plin tako $0,0572$ kg/kg in je višja od vlažnosti, ki jo imajo delci v enosmernem sklopjenem modelu in znaša $0,0565$ kg/kg. Podane vrednosti potrjujejo pomembnost upoštevanja povratnega vpliva na sušilni plin, saj se zaradi spremembe v procesnih pogojih spremeni čas sušenja delcev.

3.3.2 10000 delcev v toku tekočine

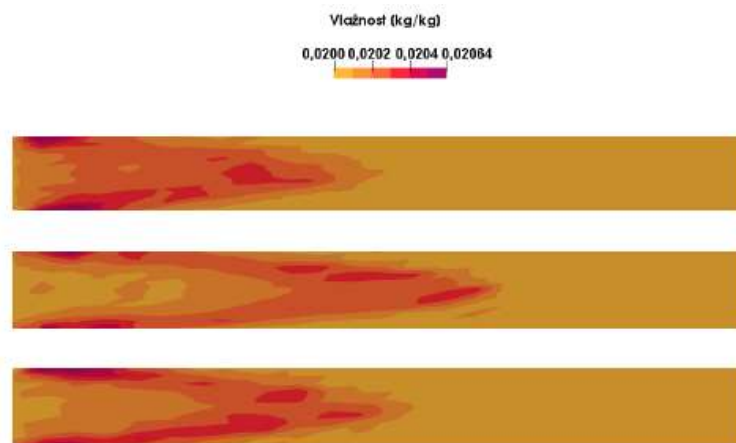
Kadar obravnavamo 10000 delcev v toku tekočine, je koncentracija delcev v sušilniku večja, kot je bila pri 1000 delcih, zato je pričakovati nekoliko večji vpliv na sušilni plin in daljše čase sušenja delca. Slika 14 prikazuje temperaturno polje na treh različnih ravninah vzdolž sušilnega prostora, ki so na enakih mestih koordinate y , kot je prikazano na 7. V primerjavi s temperaturnim poljem pri 1000 delcih je temperatura v sušilnem prostoru nižja.



Slika 14: Temperaturno polje na treh različnih ravninah vzdolž sušilnega prostora

Vir: lasten

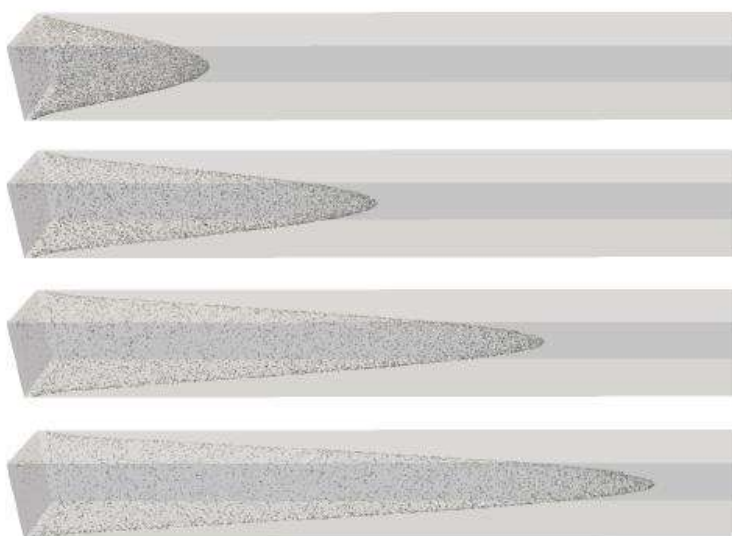
Podobne ugotovitve, kot smo jih dobili pri temperaturi, dobimo tudi pri vlažnosti sušilnega plina. Zaradi večjega števila sušecih se delcev sušilni plin sprejme vase več uparjene vlage in posledično se njegova vlažnost zviša, kar je možno razbrati s Slike 15.



Slika 15: Vlažnostno polje na treh različnih ravninah vzdolž sušilnega prostora

Vir: lasten

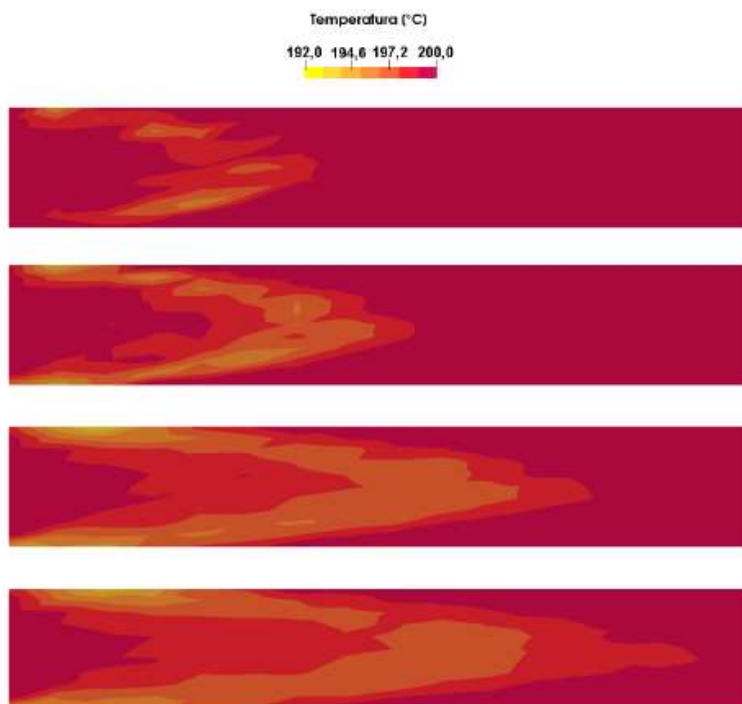
V sušilniku skupaj s sušilnim plinom potuje 10000 delcev, katerih položaj pri štirih različnih časih je prikazan na Sliki 16.



Slika 16: Položaj delcev pri štirih različnih časih (prvi položaj: 0; 15 s, drugi položaj: 0; 30 s, tretji položaj: 0; 45 s in četrti položaj: 0; 60 s) vzdolž sušilnega prostora

Vir: Lasten

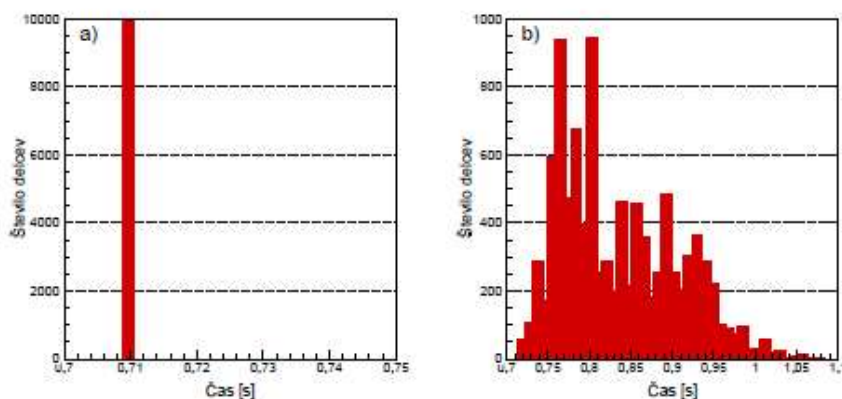
Ker so bili delci inicializirani v sušilno komoro ob istem času na naključnih položajih po ravnini prečno na tok sušilnega plina, se v nastali gruči gibljejo po sušilni komori, z njimi pa se giblje tudi tako imenovana motnja območja z nižjo temperaturo sušilnega plina, kar nam nazorno prikazuje Slika 17.



Slika 17: Temperaturno polje pri štirih različnih časih (prvi položaj: 0; 15 s, drugi položaj: 0; 30 s, tretji položaj: 0; 45 s in četrti položaj: 0; 60 s) vzdolž sušilnega prostora

Vir: Lasten

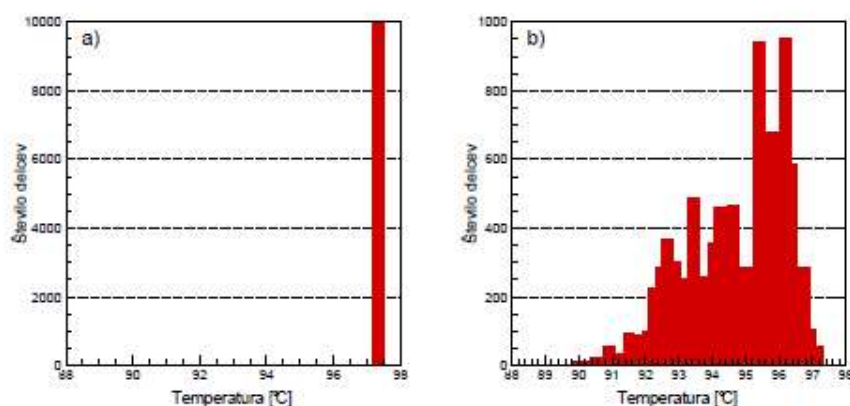
Pomembnost uporabe dvosmernega sklopljenega modela nam še enkrat potrjuje statistika sušečih se delcev. Na Sliki 18 je prikazan končni čas sušenja delcev, kjer slika 18 a prikazuje čas pri enosmernem sklopljenem modelu, ki je za 10000 delcev enak, kot je bil za 1000 delcev, medtem ko na Sliki 18 b vidimo, da se čas sušenja delcev podaljša. Povprečni čas sušenja 10000 delcev v dvostranskem sklopljenem modelu je tako 0,836 s in je daljši od povprečnega časa sušenja delcev v dvostranskem sklopljenem modelu za 1000 delcev. Maksimalni čas, ki ga za sušenje potrebujejo določeni delci, je 1,075 s.



Slika 18: Primerjava časa sušenja delcev pri enostranski povezavi a) in dvostranski povezavi b) med delci in tekočino

Vir: lasten

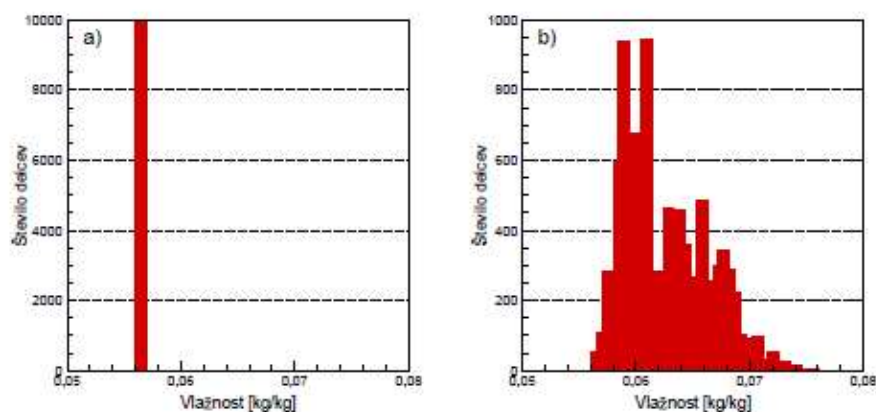
Če primerjamo temperature posameznih delcev ob času sušenja $0,5\text{ s}$, ki jih prikazuje Slika 19, vidimo, da pri enostranskem sklopljenem modelu ni nobene razlike med primerom s 1000 in 10000 delci. Razlika pa se pojavi, kadar obravnavamo sušenje 10000 delcev v dvostranskem sklopljenem modelu, kjer lahko vidimo, da so temperature delcev ob času sušenja $0,5\text{ s}$ nižje kot pri sušenju 1000 delcev. Tako je tedaj, kadar upoštevamo povratni vpliv delcev na sušilni plin, povprečna temperatura delcev ob času sušenja $0,5\text{ s}$ $94,66\text{ }^{\circ}\text{C}$ in je nižja od povprečne temperature ob enakem času sušenja za 1000 delcev.



Slika 19: Temperatura sušecih se delcev pri času $0; 5\text{ s}$ pri enostranskem vplivu a) in dvostranskem vplivu b) med delci in tekočino

Vir: lasten

Po pričakovanjih je enako stanje tudi pri vlažnosti delcev ob času sušenja 0,5 s, ki je prikazana na Sliki 20. Povprečna vlažnost delcev ob času sušenja 0,5 s ob upoštevanju povratnega vpliva na sušilni plin je tako 0,0627 kg/kg in je višja od vlažnosti, ki jo imajo delci v dvosmernem sklopljenem modelu pri sušenju 1000 delcev ob enakem času.



Slika 20: Vlažnost sušečih se delcev pri času 0; 5 s pri enostranskem vplivu a) in dvostranskem vplivu b) med delci in tekočino

Vir: Lasten

Proces sušenja delcev v toku sušilnega plina povzroča spremembe, ki niso zanemarljive, in če želimo pridobiti natančne rezultate na osnovi računalniške dinamike tekočin, jih moramo upoštevati.

4 Zaključek

V prispevku smo predstavili model dvosmernega sklopljenega modela za prenos energije in snovi med sušečim se delcem in sušilnim plinom, ki temelji na metodi robnih elementov. Kot je bilo že predstavljeno, se pri sušenju poroznih delcev lahko odvijajo različni scenariji, ki so odvisni od snovi, ki jo sušimo, in količine vlage, ki jo snov vsebuje. Sušenje katerekoli snovi vpliva na sušilni plin, s katerim jo sušimo. Če pogledamo proces razpršilnega sušenja, imamo v nekem trenutku v sušilni komori ogromno število delcev, ki so v interakciji s sušilnim plinom in med katerimi poteka snovska in energijska izmenjava, ki povzroči spremembe v sušilnem plinu in vpliva na kinetiko sušenja. Če to izmenjavo zanemarimo, naše rezultate idealiziramo, in ker takih idealnih pogojev v realnosti ne moremo zagotoviti, nas to vodi do napačnih rezultatov. Če delce obravnavamo kot točkovna telesa, nam metoda robnih

elementov omogoča izpeljavo zelo natančne in enostavne numerične sheme za izračun dvostranskega vpliva pri prenosu toplote ter snovi med delci in tekočino. Izvedeni so bili izračuni, pri katerih smo obravnavali sušenje 1000 in 10000 delcev ter uporabili metodo robnih elementov. Rezultati so pokazali, da sušenje delcev vpliva na lastnosti v sušilnem plinu in da tega ne smemo zanemariti. Že pri obravnavi 1000 delcev se izkaže, da se čas sušenja delcev glede na idealne razmere, ko ne upoštevamo povratnega učinka delca na sušilni plin, podaljša. Ta učinek je še izrazitejši pri obravnavi 10000 delcev, ko je bila gostota delcev v sušilniku višja. Ker smo delce obravnavali kot točkovna telesa, pri metodi robnih elementov velikost toplotnega ali masnega izvora izračunamo analitično kot toplotni izvor krat vrednost Diracove delta funkcije. Težava metode robnih elementov se pojavi, kadar je delec preblizu vozlišča računske mreže za tok tekočine, saj takrat vrednost našega izvora naraste do neskončnosti. V takem primeru je bila za izračun uporabljena metoda PIC, saj bi sicer v sušilni plin vnesli nefizikalne vrednosti in rezultati bi bili popolnoma napačni. Tako lahko glede na prikazane rezultate potrdimo uporabnost in prednost metode robnih elementov pri obravnavi delcev kot točkovnih teles.

Literatura in viri

- Cai, Z. L., Ma, X. Q., Qing, X., Yu, Z. S. (2015). Drying kinetics and characteristics of sewage sludge/rice straw mixture. *Drying technology* 33 (12), 1500–1509.
- Chen, C.-S. (2004). Numerical method for predicting three-dimensional steady compressible flow in long microchannels. *Journal of Micromechanics and Microengineering* 14 (7), 1091.
- Dewil, R., Baeyens, J., Neyens, E. (2005). Fenton peroxidation improves the drying performance of waste activated sludge. *Journal of hazardous materials* 117 (2-3), 161–170.
- Ershkov, S. V. (2016). About existence of stationary points for the arnold–beltrami–childress (abc) flow. *Applied Mathematics and Computation* 276, 379–383.
- Fletcher, D., Guo, D., Harvie, D., Langrish, T., Nijdam, J., Williams, J. (2006). What is important in the simulation of spray dryer performance and how do current cfd models perform? *Applied Mathematical Modelling* 30 (11), 1281–1292.
- Gomboc, T., Iljaž, J., Ravnik, J., Hriberšek, M. (2019). Spherical porous particle drying using bem approach. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 108, 158–167.
- Gomboc, T., Iljaž, J., Zadravec, M., Geršak, J., Hriberšek, M. (2021). Meritev koeficienta prevoda toplote aktivnega blata = measurement of heat transfer coefficient for sewage sludge. *Zbornik del.* Ljubljana: Slovensko društvo za mehaniko.
- Handscomb, C., Kraft, M. Bayly, A. (2009). A new model for the drying of droplets containing suspended solids after shell formation. *Chemical Engineering Science* 64 (2), 228–246.
- Handscomb, C., Kraft, M. Bayly, A. (2009). A new model for the drying of droplets containing suspended solids. *Chemical engineering science* 64 (4), 628–637.
- Harvie, D., Langrish, T., Fletcher, D. (2002). A computational fluid dynamics study of a tall-form spray dryer. *Food and Bioproducts Processing* 80 (3), 163–175.
- Hriberšek, M., Kuhn, G. (2000). Conjugate heat transfer by boundary-domain integral method. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 24 (4), 297–305.

- Iljaž, J., Wrobel, L., Hriberšek, M., Marn, J. (2017). Subdomain bem formulations for the solution of bio-heat problems in biological tissue with melanoma lesions. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 83, 25–42.
- Langrish, T. Kockel, T. (2001). The assessment of a characteristic drying curve for milk powder for use in computational fluid dynamics modelling. *Chemical Engineering Journal* 84 (1), 69–74.
- Langrish, T., Fletcher, D. (2001). Spray drying of food ingredients and applications of cfd in spray drying. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 40 (4), 345–354.
- Lee, O.-J., Lee, K.-H., Yim, T. J., Kim, S. Y., Yoo, K.-P. (2002). Determination of mesopore size of aerogels from thermal conductivity measurements. *Journal of Non-Crystalline Solids* 298 (2-3), 287–292.
- Levi-Hevroni, D., Levy, A., Borde, I. (1995). Mathematical modeling of drying of liquid/solid slurries in steady state one-dimensional flow. *Drying Technology* 13 (5-7), 1187–1201.
- Levy, A., Borde, I. (1999). Steady state one dimensional flow model for a pneumatic dryer. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 38 (2), 121–130.
- Levy, A., Mason, D. J., Levy-Hevroni, D., Borde, I. (1998). Drying of wet solid particles in a steady-state one-dimensional flow. *Powder technology* 95 (1), 15–23.
- Marchioli, C., Armenio, V., Soldati, A. (2007). Simple and accurate scheme for fluid velocity interpolation for eulerian–lagrangian computation of dispersed flows in 3d curvilinear grids. *Computers & Fluids* 36 (7), 1187–1198.
- Maxey, M. R., Riley, J. J. (1983). Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *The Physics of Fluids* 26 (4), 883–889.
- Mezhericher, M., Levy, A., Borde, I. (2008). Heat and mass transfer of single droplet/wet particle drying. *Chemical Engineering Science* 63 (1), 12–23.
- Mezhericher, M., Levy, A., Borde, I. (2008). Modelling of particle breakage during drying. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 47 (8), 1404–1411.
- Mezhericher, M., Levy, A., Borde, I. (2011). Modelling the morphological evolution of nanosuspension droplet in constant-rate drying stage. *Chemical Engineering Science* 66 (5), 884–896.
- Mezhericher, M., Levy, A., Borde, I. (2012). Probabilistic hard-sphere model of binary particle–particle interactions in multiphase flow of spray dryers. *International Journal of Multiphase Flow* 43, 22–38.
- Minier, J.-P., Peirano, E. (2001). The pdf approach to turbulent polydispersed two-phase flows. *Physics reports* 352 (1-3), 1–214.
- Moissette, S., Oesterl' e, B., Boulet, P. (2001). Temperature fluctuations of discrete particles in a homogeneous turbulent flow: a lagrangian model. *International journal of heat and fluid flow* 22 (3), 220–226.
- Patankar, N., Joseph, D. (2001). Lagrangian numerical simulation of particulate flows. *International Journal of Multiphase Flow* 27 (10), 1685–1706.
- Pietrak, K., Wisniewski, T. S. (2014). A review of models for effective thermal conductivity of composite materials. *Journal of Power Technologies* 95 (1), 14–24.
- Prosperetti, A., Tryggvason, G. (2009). *Computational methods for multiphase flow*. Cambridge university press.
- Pruett, C. D. (2001). *Toward the de-mystification of les*. Tech. rep., James Madison univ Harrisonburg va dept of mathematics and statistics.
- Ramšak, M. (2015). Conjugate heat transfer of backward-facing step flow: A benchmark problem revisited. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 84, 791–799.
- Ramšak, M. (2019). Multidomain bem for laminar flow in complex fractal geometry. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 101, 310–317.
- Ramšak, M., Ravnik, J., Zadavec, M., Hriberšek, M., Iljaž, J. (2017). Freeze-drying modeling of vial using bem. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 77, 145–156.
- Ramšak, M., Škerget, L. (2009). 3d multidomain bem for a poisson equation. *Engineering analysis with boundary elements* 33 (5), 689–694.

- Ramšak, M., Škerget, L. (2014). A highly efficient multidomain bem for multimillion subdomains, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 43, 76–85.
- Ravnik, J., Hriberšek, M. (2013). High gradient magnetic particle separation in viscous flows by 3d bem. *Computational Mechanics* 51 (4), 465–474.
- Ravnik, J., Hriberšek, M., Vogel, F., Steinmann, P. (2014). Numerical simulation of particle movement in cellular flows under the influence of magnetic forces. *International Journal of Simulation Modelling* 13 (3), 312–322.
- Ravnik, J., Škerget, L., Žunič, Z. (2008). Velocity–vorticity formulation for 3d natural convection in an inclined enclosure by bem. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (17-18), 4517–4527.
- Ravnik, J., Škerget, L., Žunič, Z. (2009). Combined single domain and subdomain bem for 3d laminar viscous flow. *Engineering analysis with boundary elements* 33 (3), 420–424.
- Ravnik, J., Škergetek, L., Žunič, Z. (2008). Numerical simulation of dilute particle laden flows by wavelet bem–fem. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197 (6-8), 789–805.
- Sagadin, G., Hriberšek, M. (2017). A multistage spray drying model for zeolite 4a–water suspensions in a counter-current spray dryer. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 108, 1220–1228.
- Sagadin, G., Hriberšek, M., Škerget, L. (2014). Multiphase numerical model of spray drying of zeolite-water suspension. *Computational methods for thermal problems*, 481.
- Škerget, L. (1994). *Mehanika tekočin*. Tehniška fakulteta, Univerza v Ljubljani.
- Wrobel, L. C., Kassab, A. (2003). Boundary element method, volume 1: Applications in thermo-fluids and acoustics. *Appl. Mech. Rev.* 56 (2), B17–B17. M
- Yang, J.-Y., Yang, S.-C., Chen, Y.-N., Hsu, C.-A. (1998). Implicit weighted eno schemes for the three-dimensional incompressible navier–stokes equations. *Journal of Computational Physics* 146 (1), 464–487.
- Zeng, S., Hunt, A., Greif, R. (2002). Geometric structure and thermal conductivity of porous medium silica aerogel. *Journal of Heat Transfer* 117, (4).
- Zhao, J.-J., Duan, Y.-Y., Wang, X.-D., Wang, B.-X. (2012). Experimental and analytical analyses of the thermal conductivities and high-temperature characteristics of silica aerogels based on microstructures. *Journal of Physics D: Applied Physics* 46 (1), 015304.